Wachstumsrate und Wachstumsfaktor

Die **Wachstumsrate p %** gibt die Veränderung einer Ausgangsgröße in einem bestimmten Abschnitt in Prozent an.

Wachstumsrate: $p\,\% = \frac{\text{neue Größe} - \text{alte Größe}}{\text{alte Größe}}$

Der Faktor, mit dem der alte Wert multipliziert werden muss, um den neuen Wert zu erhalten, heißt **Wachstumsfaktor q**.

Wachstumsfaktor: $q = 1 + p\,\% = 1 + \frac{p}{100}$

Bei einer Abnahme ist die Wachstumsrate negativ, der Wachstumsfaktor ist dann kleiner als 1.

Der Gewinn einer Firma wuchs innerhalb eines Jahrs von 90 000 € auf 96 000 €.

$p\,\% = \frac{(96\,000 - 90\,000)}{90\,000} = \frac{6000}{90\,000}$

$p\,\% \approx 6{,}7\,\%$

Der Gewinn nimmt um das q-Fache zu:

$q = 1 + 6{,}7\,\% = 1 + \frac{6{,}7}{100} = 1{,}067.$

Die Bevölkerung eines Ballungsraums (60 Mio.) wächst jährlich mit 1,6 %. Wie groß ist sie nach 3 Jahren?

$\mathbf{G_n = G_0 \cdot q^n = G_0 \cdot \left(1 \pm \frac{p}{100}\right)^n}$

$G_3 = 60 \cdot 1{,}016^3;\; G_3 = 62{,}93$

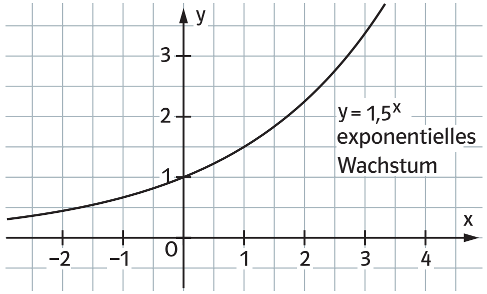
Nach 3 Jahren sind es 62,93 Mio. Einwohner.

→ Exponentialfunktionen

Exponentielles Wachstum

Wächst eine Größe G_0 in gleich großen Abschnitten um den gleichen Prozentsatz p %, d. h. wird immer mit dem gleichen Faktor ($q > 1$) vervielfacht, liegt ein **exponentielles Wachstum** vor.

Die Zeit, in der sich bei einem exponentiellen Wachstum die Ausgangsgröße verdoppelt, heißt **Generationszeit T_2** mit $q = 1 + 100\,\% = 2$.



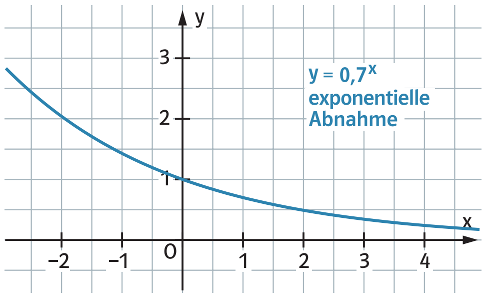
→ Exponentialfunktionen

Exponentielle Abnahme

Nimmt eine Größe G_0 in gleich großen Abschnitten um den gleichen Prozentsatz p % ab, d. h. wird immer mit dem gleichen Faktor ($0 < q < 1$) vervielfacht, liegt eine **exponentielle Abnahme** vor.

Die Zeit, in der sich bei exponentieller Abnahme die Ausgangsgröße halbiert, nennt man **Halbwertzeit $T_{\frac{1}{2}}$**.

Der Wachstumsfaktor für diese Zeitspanne ist $q = 1 - 50\,\% = 0{,}5$.

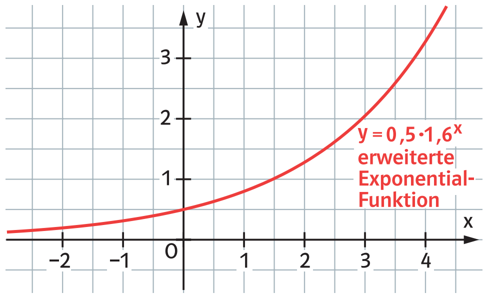


→ Exponentialfunktionen

Exponentialfunktion

Exponentielles Wachstum führt zu einer Funktionsgleichung der Form $\mathbf{y = c \cdot a^x}$ mit $c \neq 0$ und $a > 0,\; a \neq 1$.

Hat c einen anderen Wert als 1, so bezeichnet man diese Funktion als **erweiterte Exponentialfunktion**.



→ Exponentialfunktionen