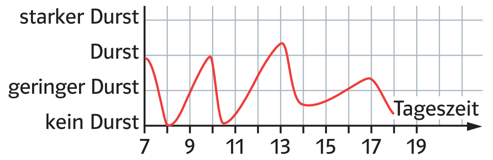
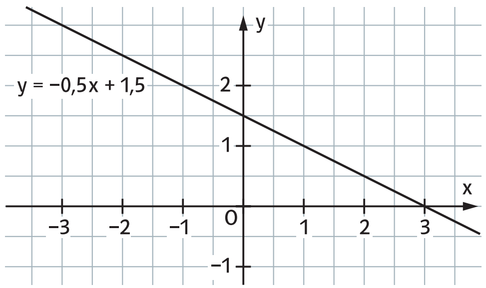
Funktion

Eine **Funktion** ist eine Zuordnung, bei der zu jeder Größe eines ersten Bereichs (Eingabegröße) **genau eine** Größe eines zweiten Bereichs (Ausgabegröße) gehört.



Eine **Funktion** wird durch eine **Funktionsvorschrift** oder eine **Funktionsgleichung** beschrieben und lässt sich in einer **Wertetabelle** oder als **Graph** darstellen.

Graph



Funktionsvorschrift $y \rightarrow -0{,}5x + 1{,}5$

Funktionsgleichung $y = -0{,}5x + 1{,}5$

Wertetabelle

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	3	2,5	2	1,5	1	0,5	0

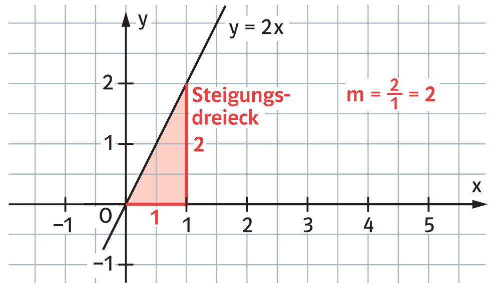
→ Lineare Funktionen

Proportionale Funktion

Eine Funktion mit der Gleichung $\mathbf{y = m \cdot x}$ heißt **proportionale Funktion.**

Der Graph ist eine Gerade, die durch den **Ursprung** des Koordinatensystems verläuft.

Der Faktor m gibt die Steigung der Geraden an.



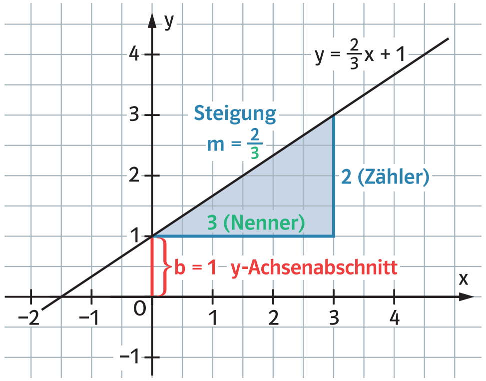
→ Lineare Funktionen

Lineare Funktion

Eine Funktion mit der Gleichung $y = m \cdot x + b$ heißt **lineare Funktion.**

Der Graph ist eine Gerade mit der **Steigung m.** Die Gerade schneidet die y-Achse im Punkt P(0|b).

Der **Wert b** bezeichnet den **y-Achsenabschnitt** der Geraden.



→ Lineare Funktionen

Zwei Punkte sind genug

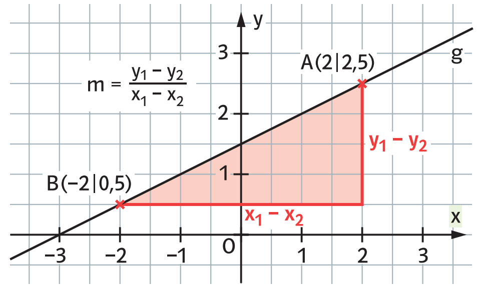
Zwei vorgegebene Punkte einer Geraden genügen, um die Steigung und damit auch die zugehörige Funktionsgleichung zu bestimmen.

$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ und $b = y_1 - m \cdot x_1$

$m = \frac{2{,}5 - 0{,}5}{2 - (-2)} = \frac{2}{4} = 0{,}5$

$b = 2{,}5 - 0{,}5 \cdot 2 = 1{,}5$

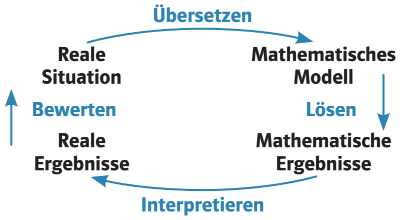
Funktionsgleichung $y = 0{,}5 \cdot x + 1{,}5$



→ Lineare Funktionen

Modellieren

Beim Modellieren wird eine Problemsituation aus der realen Welt in ein mathematisches Modell übersetzt.
Mithilfe der Lösung werden mathematische Ergebnisse formuliert, die wiederum interpretiert werden können und zu realen Ergebnissen führen.
Abschließend erfolgt eine Bewertung des Ergebnisses in der realen Situation.



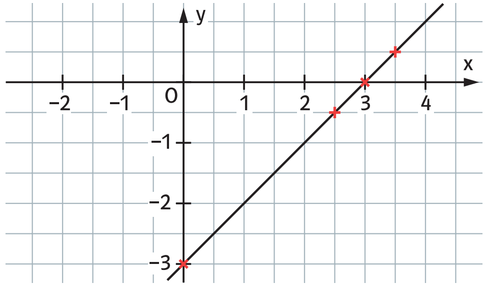
Zum Beispiel lassen sich mithilfe von quadratischen Gleichungen Brückenbögen, Flugbahnen usw. beschreiben.

→ Lineare und quadratische Funktionen

Lineare Gleichungen mit zwei Variablen

Eine Gleichung der Form $ax + by = c$ heißt **lineare Gleichung** mit den zwei Variablen x und y. Hierbei stehen a, b und c für gegebene Zahlen. Die Lösungen sind Zahlenpaare (x ; y), welche die Gleichung erfüllen.
Die zugehörigen Punkte im Koordinatensystem liegen auf einer Geraden.

Beispiel: $x - y = 3$



x	0	2,5	3	3,5	...
y	−3	−0,5	0	0,5	...

→ Lineare Funktionen

Lineares Gleichungssystem

Zwei lineare Gleichungen mit jeweils zwei Variablen bilden zusammen ein **lineares Gleichungssystem**. Dieses lässt sich grafisch oder rechnerisch lösen.

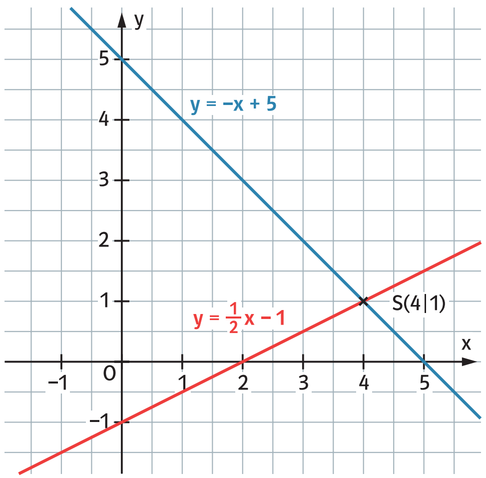
(1) $x - 2y = 2$
(2) $x + y = 5$

→ Lineare Funktionen

Grafisches Lösungsverfahren

Die linearen Gleichungen lassen sich als Geraden darstellen.
Die Koordinaten des Schnittpunkts der beiden Geraden erfüllen beide Gleichungen und sind somit die **Lösung des Gleichungssystems**.
Ein Gleichungssystem hat

- **genau eine Lösung**,
  wenn sich die zugehörigen Geraden **in einem Punkt schneiden**.
- **keine Lösung**,
  wenn die Geraden **parallel** verlaufen.
- **unendlich viele Lösungen**,
  wenn zu den zwei Gleichungen **identische Geraden** gehören.



→ Lineare Funktionen

Rechnerische Lösungsverfahren

Jedes Zahlenpaar, das beide Gleichungen erfüllt, ist eine Lösung des linearen Gleichungssystems.
Es gibt drei Verfahren, die man zur Lösungsbestimmung anwenden kann:

- Gleichsetzungsverfahren
- Einsetzungsverfahren
- Additionsverfahren

(1) $x - 2y = 2$
(2) $x + y = 5$

Die Lösung besteht aus dem Zahlenpaar (4 ; 1).

→ Lineare Funktionen

Gleichsetzungsverfahren

Zwei Gleichungen sind gegeben.

(1) $y = 2x - 1$
(2) $x + y = 5$

Man löst beide Gleichungen nach derselben Variablen auf.
Durch Gleichsetzen der Terme erhält man eine Gleichung mit einer Variablen.
Man löst diese Gleichung und setzt die Lösung in eine der Gleichungen ein, um die Lösung für die zweite Variable zu bekommen.

(1) $y = 2x - 1$
(2) $y = -x + 5$
(1) = (2): $2x - 1 = -x + 5$
$x = 2$

Einsetzen in (1) ergibt
$y = 3$

Die Lösung lautet (2 ; 3).

→ Lineare Funktionen

Einsetzungsverfahren

Um aus zwei Gleichungen mit zwei Variablen eine Gleichung mit einer Variablen zu erhalten, kann man auch die eine in die andere Gleichung **einsetzen**. Die Lösung, die man so für die eine Variable erhält, setzt man in eine der Ursprungsgleichungen ein, um die Lösung für die zweite Variable zu erhalten.

(1) $13x + y = 11$
(2) $-8y - 3 = 13x$
(2) in (1): $-8y - 3 + y = 11$
$y = -2$

Einsetzen in (1) oder (2) ergibt
$x = 1$

Die Lösung lautet (1 ; −2).

→ Lineare Funktionen

Additionsverfahren

Man formt beide Gleichungen so um, dass beim **Addieren** oder **Subtrahieren** beider Gleichungen eine Variable wegfällt. So entsteht eine Gleichung mit einer Variablen.

(1) $3x + 5y = 10$
(2) $4x - 5y = 4$
(1) + (2): $7x = 14$
$x = 2$
$y = 0{,}8$

Die Lösung lautet (2 ; 0,8).

→ Lineare Funktionen