

## Kapitel VII

Die in der Checkliste aufgeführten Kompetenzen werden in Kapitel VII benötigt.

Übertragen Sie die Tabelle in Ihr Heft und kreuzen Sie dort das Feld an, das Ihrer Meinung nach für Sie zutrifft.



**Online-Code**

7c69rx

Kopiervorlage  
Checkliste

### Checkliste

	Das kann ich gut.	Da bin ich fast sicher.	Ich bin noch unsicher.	Das kann ich noch nicht.
1. Ich kann den Betrag eines Vektors bestimmen.				
2. Ich kann Ebenen in Parameterform darstellen.				
3. Ich kann mithilfe des Gaußverfahrens lineare Gleichungssysteme lösen.				
4. Ich kann die Lage von einer Geraden $g$ zu einer Ebene $E$ bestimmen.				
5. Ich kann zu einem gegebenen Vektor $\vec{v}$ mithilfe des Standardskalarproduktes einen zu $\vec{v}$ senkrechten Vektor finden.				
6. Ich kann zu einer Ebene $E$ eine orthogonale Gerade durch einen gegebenen Punkt $R$ bestimmen.				
7. Ich kann Winkel zwischen zwei Geraden berechnen.				
8. Ich kann mit Vektoren und ihren Vielfachen rechnen.				

Die Aufgaben 1–8 beziehen sich auf die Punkte 1–8 in der Checkliste.

### Aufgaben

#### 1 Beträge von Vektoren bestimmen

Berechnen Sie die Beträge der Vektoren.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}; \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}; \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; \vec{d} = \begin{pmatrix} 0,2 \\ 0,2 \\ 0,1 \end{pmatrix}; \vec{e} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{3} \\ \sqrt{5} \end{pmatrix}; \vec{f} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}; \vec{g} = 0,1 \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

#### 2 Ebenen darstellen

Geben Sie eine Parameterequation einer Ebene  $E$  an, die

a) durch die Punkte  $A(-1|3|1)$ ,  $B(0,5|3|0)$  und  $C(2|3|-1)$  verläuft.

b) durch den Punkt  $A(3|1|2)$  verläuft und in der die Gerade  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  liegt.

#### 3 Lineare Gleichungssysteme lösen

a) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem.

$$(1) \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 & = 19 \\ 4x_1 & - 8x_3 = 20 \\ & 5x_2 - 4x_3 = -7 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + x_3 & = 15 \\ 2x_1 + 6x_2 - 3x_3 & = 5 \\ 6x_1 + 4x_2 - x_3 & = 23 \end{cases}$$

b) Lösen Sie das als Matrix gegebene Gleichungssystem.

$$(1) \left( \begin{array}{cccc|c} 3 & -1 & 4 & -2 & -8 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 4 & 2 & 5 \\ 7 & 1 & -1 & -2 & 15 \end{array} \right) \quad (2) \left( \begin{array}{cccc|c} 3 & 1 & -1 & -5 & 24 \\ 0 & -1 & 2 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & -2 & -5 & 9 \\ 2 & 4 & 7 & 3 & 35 \end{array} \right)$$

#### 4 Gegenseitige Lage von Geraden bestimmen

Bestimmen Sie die Lage der gegebenen Geraden  $g$  und  $h$  zueinander. Berechnen Sie ggf. den Schnittpunkt der beiden Geraden.

a)  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 10 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$     b)  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$

#### 5 Senkrechte Vektoren aufstellen

a) Bestimmen Sie die fehlende Koordinate so, dass  $\vec{a} \perp \vec{b}$ :  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ a_2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ;  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

b) Bestimmen Sie zwei Vektoren  $\vec{b}$  und  $\vec{c}$ , die zu  $\vec{a}$  orthogonal sind. Dabei sollen  $\vec{b}$  und  $\vec{c}$  nicht parallel zueinander sein.

(1)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$                       (2)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$                       (3)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

c) Bestimmen Sie die Gleichungen zweier verschiedener Geraden  $h_1$  und  $h_2$  so, dass sie orthogonal zur Geraden  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$  sind und durch den Punkt  $P(2|0|1)$  gehen.

#### 6 Eine zu einer Ebene orthogonale Gerade aufstellen

Gegeben sind die Ebene  $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -25 \\ 6 \\ -8 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 12 \\ 13 \end{pmatrix}$  und der Punkt  $R(5|8|-3)$ .

- Bestimmen Sie einen Vektor, der orthogonal zur Ebene  $E$  steht.
- Geben Sie eine Gleichung einer Geraden  $g$  an, die orthogonal zur Ebene  $E$  ist und durch den Punkt  $R$  verläuft.
- In welchem Punkt  $F$  schneidet die Gerade  $g$  die Ebene  $E$ ?
- Berechnen Sie den Abstand zwischen den Punkten  $R$  und  $F$ .

#### 7 Winkel zwischen zwei Geraden bestimmen

Zeigen Sie, dass die beiden Geraden sich schneiden. Berechnen Sie anschließend den Winkel zwischen den beiden Geraden  $g$  und  $h$ .

a)  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$     b)  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ ,  $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

#### 8 Mit Vektoren rechnen

a) Berechnen Sie:  $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) Schreiben Sie den Vektor  $\vec{v} = \begin{pmatrix} -10 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$  als Linearkombination der angegebenen Vektoren:

(1)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 14 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ ;  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$                       (2)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ;  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ ;  $\vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$