


## Kapitel III

Die in der Checkliste aufgeführten Kompetenzen werden in Kapitel III benötigt. Übertragen Sie die Tabelle in Ihr Heft und kreuzen Sie dort das Feld an, das Ihrer Meinung nach für Sie zutrifft.

 **Online-Code**  
ka56g2  
Kopiervorlage  
Checkliste

### Checkliste

	Das kann ich gut.	Da bin ich fast sicher.	Ich bin noch unsicher.	Das kann ich noch nicht.
1. Ich kann ganzrationale Funktionen auf ihr Verhalten für $x \rightarrow \pm \infty$ und $x$ nahe 0 untersuchen.				
2. Ich kann eine Funktion auf ihre Symmetrieeigenschaften untersuchen.				
3. Ich kann die Nullstellen einer Funktion durch Ausklammern, Ablesen und Anwenden der pq-Formel bestimmen.				
4. Ich kann zu einem Funktionsgraphen den Graphen der Ableitungsfunktion skizzieren.				
5. Ich kann ganzrationale Funktionen rechnerisch ableiten.				
6. Ich kann Tangentengleichungen aufstellen.				
7. Ich kann durchschnittliche Änderungsraten einer Funktion innerhalb eines Intervalls bestimmen und im Anwendungskontext interpretieren.				
8. Ich kann momentane Änderungsraten einer Funktion bestimmen und im Anwendungskontext interpretieren.				

### Aufgaben

Die Aufgaben 1–8 beziehen sich auf die Punkte 1–8 der Checkliste.

#### 1 Verhalten für $x \rightarrow \pm \infty$ und $x$ nahe 0 untersuchen

Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf ihr Verhalten für  $x \rightarrow \pm \infty$  und  $x$  nahe 0. Skizzieren Sie anschließend einen möglichen Verlauf des Graphen.

a)  $f(x) = x^3 - 9x$

b)  $f(x) = -x^3 + 3x^2$

c)  $f(x) = x^4 - 3x^2$

#### 2 Symmetrie untersuchen

Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf ihre Symmetrieeigenschaften.

a)  $f(x) = x^6 + 8x^4 - 3x^2 + 2$

b)  $f(x) = 0,5x^5 - 2x^3 + x + 1$

c)  $f(x) = (2x - 1)^2(x + 2)^2$

d)  $f(x) = -0,25x^4 + a^3x^2 + b^5$

e)  $f(x) = \frac{x^4 - 2x^2}{-x^3 + 5x}$

f)  $f(x) = \frac{3x^5 - 5x^3 + 2x}{-4x^3 + x}$

#### 3 Nullstellen durch Ausklammern und pq-Formel bestimmen

Bestimmen Sie die Nullstellen der folgenden Funktionen durch Ablesen oder Anwendung der pq-Formel. Bei einigen Funktionen müssen Sie zuvor ggf. Ausklammern.

a)  $f(x) = (x - 3)(x - 1)(x + 2,2)$

b)  $f(x) = x(x - 3)^2(2x - 8)$

c)  $f(x) = (3 - 2x)(5x + 15)$

d)  $f(x) = x^2 - 4x + 3$

e)  $f(x) = 3x^2 + 6x - 9$

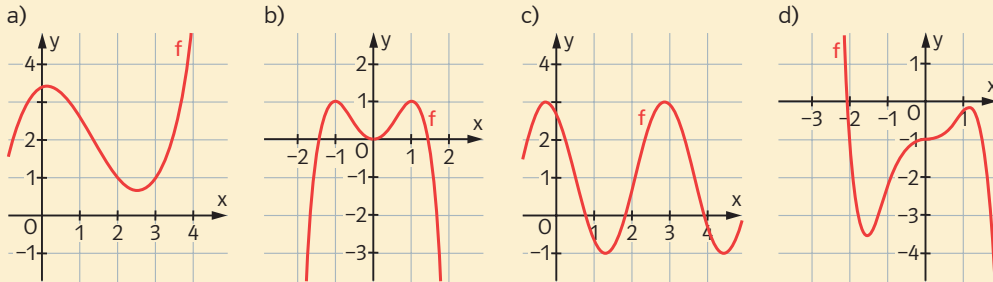
f)  $f(x) = (x - 1)(x^2 - 10x + 9)$

g)  $f(x) = x^5 + 4x^4$

h)  $f(x) = 5x^3 - 10x^2 + 5x$

#### 4 Ableitungsfunktion skizzieren

Skizzieren Sie jeweils die Graphen der Ableitungsfunktion  $f'$  zu den gegebenen Graphen von  $f$ .



#### 5 Ableitungsfunktion bestimmen

Bestimmen Sie die Funktionsterme der ersten, zweiten und dritten Ableitung der Funktion  $f$ .

- a)  $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 5$       b)  $f(x) = -32x^5 + 25x^4 - 120x^2$       c)  $f(x) = x(x-3)^2(x+1,5)$   
 d)  $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{5}x - 2$       e)  $f(x) = ax^4 - bx^2 + c$       f)  $f(x) = a^2x^5 + a^3bx^3 + \sqrt[3]{a}x$

#### 6 Tangentengleichungen aufstellen

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangenten  $t$  an den Graphen der Funktion  $f$  im Punkt  $B(x_0 | f(x_0))$ .

- a)  $f(x) = 0,75x^2 + 1$ ;  $x_0 = 2$       b)  $f(x) = 0,2x^2 - 0,5x + 2$ ;  $x_0 = 3$   
 c)  $f(x) = 3x^3 - 5x^2 + 2x - 1$ ;  $x_0 = 0,6$       d)  $f(x) = x^3 - 2x - 1$  (vgl. Fig. 1)  
 e)  $f(x) = -0,25x^4 + 2x^2 - 2$  (vgl. Fig. 2)      f)  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + 2x^2$  (vgl. Fig. 3)

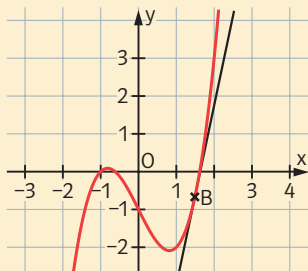


Fig. 1

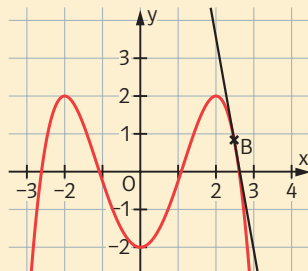


Fig. 2

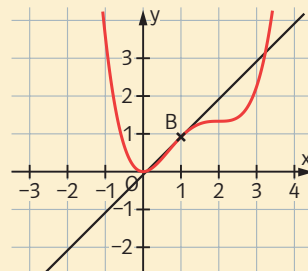


Fig. 3

#### 7 Durchschnittliche Änderungsrate

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(t) = -0,02t^3 + 0,8t^2 + t$ .

- a) Bestimmen Sie den Differenzenquotienten im Intervall  $I = [0; 5]$  bzw. im Intervall  $I = [5; 10]$ .  
 b) Die Funktion  $f$  gibt näherungsweise die Strecke in Metern an, die ein 200-m-Läufer nach  $t$  Sekunden zurückgelegt hat. Welche Bedeutung haben die Differenzenquotienten, die Sie in a) berechnet haben, im Sachkontext? Vergleichen Sie die beiden Ergebnisse und interpretieren Sie im Kontext.

#### 8 Momentane Änderungsrate

Gegeben ist die Funktion  $V$  mit  $V(t) = 0,25t^3 - 3t^2 + 8,75t + 8$ .

- a) Bestimmen Sie die Ableitung von  $V$  an der Stelle  $t = 1$  bzw.  $t = 5$ .  
 b)  $V'$  beschreibt näherungsweise die Volumenänderung des Wassers in einem kleinen Gartenteich ( $V$  gibt das Wasservolumen in  $m^3$  an und  $t$  die vergangene Zeit seit dem Messbeginn in Tagen ( $0 \leq t \leq 7$ )). Welche Bedeutung haben die Ergebnisse aus a) im Sachkontext?  
 c) Für die Ableitungsfunktion  $V'$  gilt: Für  $2 < t < 6$  ist  $V'(t) < 0$ . Was bedeutet dies für den Graphen von  $V$  und was bedeutet es im Sachkontext?