

Selbsteinschätzung

Checkliste „Die natürliche Exponentialfunktion“	Testaufgabe	Kann ich schon	Da bin ich fast sicher	Ich bin noch unsicher	Kann ich noch nicht	Hilfen im Buch, die man bei Problemen nacharbeiten kann	Trainingsaufgaben
1. Ich kann die Produkt- und die Kettenregel beim Bilden von Ableitungen verschiedener Funktionen anwenden.	1					LE 2 Beispiel LE 3 Beispiel 1 und 2	LE 3 Aufgaben 1, 2, 3 und 4
2. Ich kann einfache Exponentialgleichungen lösen.	2					LE 1 Beispiel 3	LE 1 Aufgabe 3
3. Ich kann die Graphen verschobener Exponentialfunktionen skizzieren und beschreiben, wie sie aus dem Graphen der natürlichen Exponentialfunktion hervorgegangen sind.	3						LE 1 Aufgabe 7
4. Ich kann die Gleichung der Tangente an den Graphen einer Exponentialfunktion in einem Punkt ermitteln.	4						LE 1 Aufgabe 11
5. Ich kann Nullstellen, Extremstellen und Wendestellen einer Exponentialfunktion berechnen und den Funktionsgraphen skizzieren.	5					LE 4 Beispiel 3	LE 1 Aufgabe 14 LE 4 Aufgaben 6 und 10
6. Ich kann Anwendungsaufgaben mithilfe von Exponentialfunktionen lösen.	6						LE 1 Aufgabe 23 LE 4 Aufgabe 14

Test- und Trainingsaufgaben

1 Bilden Sie die erste Ableitung.

a) $f(x) = e^{2x-4}$

b) $f(x) = \cos(x) \cdot (x^2 - 5)$

c) $f(x) = (6x - 2)^{14} \cdot e^x$

d) $f(x) = x^3 \cdot \sqrt{x}$

e) $f(x) = x^5 \cdot e^{-2x}$

f) $f(x) = \sqrt{4x-3}$

g) $f(x) = \frac{1}{x^2+6}$

h) $f(x) = (2x - 7) \cdot e^{-x}$

i) $f(x) = \frac{1}{x} \cdot \sin(3x)$

j) $f(x) = \sqrt{x} \cdot e^{\frac{1}{2}x}$

k) $f(x) = \sin(2x - \pi) \cdot 5x$

l) $f(x) = \left(\frac{1}{2}x^2 + 3\right) \cdot e^{0,1x}$

2 Geben Sie die Lösung der Exponentialgleichung zunächst exakt an. Bestimmen Sie zusätzlich einen auf zwei Dezimalen gerundeten Näherungswert.

a) $e^x = 18$

b) $4 \cdot e^x = 6,2$

c) $e^{5x} = 14$

d) $6 \cdot e^{2x} = 4,8$

e) $e^{-x} = 0,5$

f) $e^{x-1} = 27$

g) $\frac{1}{2} \cdot e^{-2x} = 6$

h) $-3 \cdot e^{6x+1} = -4$

3 Skizzieren Sie den Graphen der Funktion und beschreiben Sie, wie er aus dem Graphen der natürlichen Exponentialfunktion hervorgeht.

a) $f(x) = e^{x+3}$

b) $f(x) = -e^x$

c) $f(x) = e^x - 5$

d) $f(x) = e^{x-5}$

e) $f(x) = e^{-x} + 2$

f) $f(x) = -e^{x+4}$

4 Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion f im Punkt P .

a) $f(x) = e^{-x+1}$; $P(0|f(0))$

b) $f(x) = \left(\frac{1}{2}x - 6\right) \cdot e^x$; $P(4|f(4))$

c) $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$; $P(-1|f(-1))$

d) $f(x) = (2x + 5) \cdot e^{4x}$; $P\left(\frac{1}{2}|f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$

5 Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte mit der x -Achse, der Extrempunkte und der Wendepunkte des Graphen der Funktion. Skizzieren Sie den Verlauf des Funktionsgraphen mithilfe Ihrer Ergebnisse.

a) $f(x) = (x - 1) \cdot e^x$

b) $f(x) = x^2 \cdot e^{-\frac{1}{2}x}$

c) $f(x) = (-2x + 4) \cdot e^{2x}$

d) $f(x) = \left(\frac{1}{2}x^3 - 2x\right) \cdot e^{-x}$

6 Durch $f(t) = 20t \cdot e^{-0,5t}$ wird die Konzentration eines Medikaments im Blut eines Patienten beschrieben.

Dabei wird t in Stunden seit der Einnahme und $f(t)$ in $\frac{\text{mg}}{\ell}$ gemessen.

a) Erläutern Sie die Bedeutung des Punktes $P(4|10,8)$ im Sachzusammenhang.

b) Berechnen Sie, nach welcher Zeit die Konzentration ihren höchsten Wert erreicht. Geben Sie auch an, wie groß dieser Wert ist.

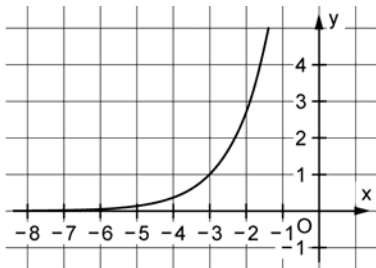
c) Ab dem Zeitpunkt $t = 4$ wird die Konzentration des Medikaments nun näherungsweise durch die Tangente an den Graphen von f an der Stelle $t = 4$ beschrieben. Berechnen Sie damit den Zeitpunkt, zu dem das Medikament im Blut vollständig abgebaut ist.

Test- und Trainingsaufgaben – Lösungen

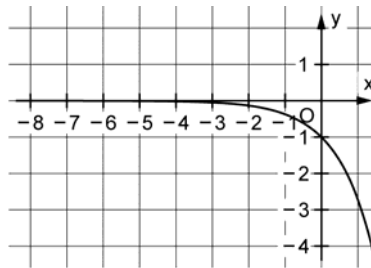
- 1 a) $f'(x) = 2 \cdot e^{2x-4}$ b) $f'(x) = -\sin(x) \cdot (x^2 - 5) + \cos(x) \cdot 2x$
 c) $f'(x) = e^x \cdot (84 \cdot (6x - 2)^{13} + (6x - 2)^{14})$ d) $f'(x) = 3x^2 \cdot \sqrt{x} + x^3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = 3,5x^{2,5}$
 e) $f'(x) = (-2x^5 + 5x^4) \cdot e^{-2x}$ f) $f'(x) = \frac{4}{2\sqrt{4x-3}} = \frac{2}{\sqrt{4x-3}}$
 g) $f'(x) = -\frac{2x}{(x^2+6)^2}$ h) $f'(x) = (-2x+9) \cdot e^{-x}$
 i) $f'(x) = -\frac{1}{x^2} \cdot \sin(3x) + \frac{1}{x} \cdot 3 \cdot \cos(3x)$ j) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot e^{\frac{1}{2}x} + \frac{1}{2}\sqrt{x} \cdot e^{\frac{1}{2}x} = \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} \right)$
 k) $f'(x) = 2 \cdot \cos(2x - \pi) \cdot 5x + 5 \cdot \sin(2x - \pi)$ l) $f'(x) = \left(\frac{1}{20}x^2 + x + 0,3 \right) \cdot e^{0,1x}$

- 2 a) $x = \ln(18) \approx 2,89$ b) $x = \ln(1,55) \approx 0,44$
 c) $x = \frac{1}{5} \cdot \ln(14) \approx 0,53$ d) $x = \frac{1}{2} \cdot \ln(0,8) \approx -0,11$
 e) $x = -\ln(0,5) \approx 0,69$ f) $x = \ln(27) + 1 \approx 4,30$
 g) $x = -\frac{1}{2} \cdot \ln(12) \approx -1,24$ h) $x = \frac{1}{6} \cdot (\ln(\frac{4}{3}) - 1) \approx -0,12$

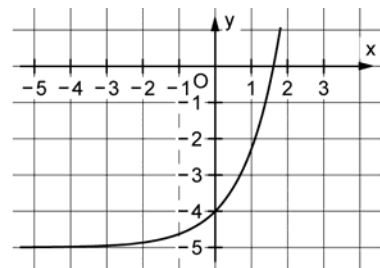
3 a) Der Graph ist um 3 Einheiten nach links verschoben.



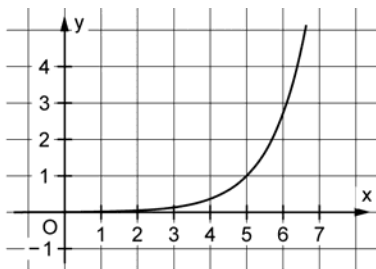
b) Der Graph ist an der x-Achse gespiegelt.



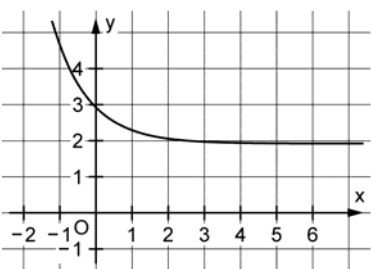
c) Der Graph ist um 5 Einheiten nach unten verschoben.



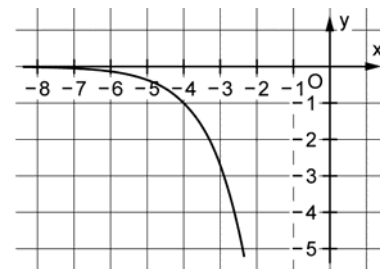
d) Der Graph ist um 5 Einheiten nach rechts verschoben.



e) Der Graph ist an der y-Achse gespiegelt und um 2 Einheiten nach oben verschoben.



f) Der Graph ist um 4 Einheiten nach links verschoben und an der x-Achse gespiegelt.



- 4 a) $y = -e \cdot x + e$ b) $y = -3,5 e^4 x + 10 e^4$ c) $y = -3e \cdot x - 2e$ d) $y = 26e^2 \cdot x - 7e^2$

5

	a)	b)
Nullstellen	$x = 1$	$x = 0$
Extrempunkte	$T(0 -1)$	$T(0 0);$ $H\left(4 \mid \frac{16}{e^2}\right)$
Wendepunkte	$W\left(-1 \mid -\frac{2}{e}\right)$	$W_1\left(4 - 2\sqrt{2} \mid (24 - 16\sqrt{2})e^{-2+\sqrt{2}}\right)$ $\approx W_1(1,17 \mid 0,76)$ $W_2\left(4 + 2\sqrt{2} \mid (24 + 16\sqrt{2})e^{-2-\sqrt{2}}\right)$ $\approx W_2(6,83 \mid 1,53)$
Graph		

	c)	d)
Nullstellen	$x = 2$	$x = -2; x = 0; x = 2$
Extrempunkte	$H(1,5 \mid e^3)$	$H_1(-1,49 \mid 5,88)$ $H_2(3,78 \mid 0,44)$ $T(0,71 \mid -0,61)$
Wendepunkte	$W(1 \mid 2e^2)$	$W_1(-0,94 \mid 3,74)$ $W_2(1,59 \mid -0,24)$ $W_3(5,35 \mid 0,31)$
Graph		

- 6 a) Vier Stunden nach der Einnahme des Medikaments befinden sich 10,8 mg des Medikaments in jedem Liter Blut des Patienten, die Konzentration des Medikaments beträgt also 10,8 mg/l.
 b) Die höchste Konzentration des Medikaments wird nach zwei Stunden erreicht. Sie beträgt zu diesem Zeitpunkt ca. 14,7 mg/l.
 c) Gleichung der Tangente: $y = -2,7x + 21,7$. Ca. 8 Stunden nach der Einnahme ist das Medikament vollständig abgebaut.