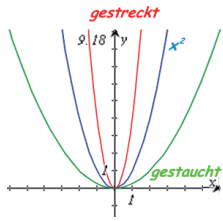


Quadratische Funktionen mit CAS (I)



1. Untersuche den Einfluss von a auf den Graphen der quadratischen Funktionen $f(x) = a \cdot x^2$.

 - Erzeuge mit dem CAS ein Bild wie Fig. 1.
 - Für welche Werte von a liegt die Parabel oberhalb bzw. unterhalb der x -Achse?
 - Für welche Werte von a wird die Funktion gestaucht bzw. gestreckt? Unterscheide hier auch, ob die Parabel oberhalb oder unterhalb der x -Achse liegt.

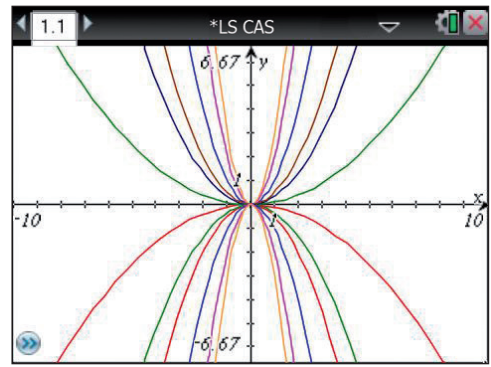


Fig. 1

2. Die Normalparabel $f(x) = x^2$ kann im Koordinatensystem nach rechts, links, oben und unten verschoben werden. Untersuche den Einfluss von d und e auf die Graphen der Funktionen $f(x) = (x + d)^2$ und $f(x) = x^2 + e$.

 - Erzeuge Fig. 2 mit dem CAS. Welcher Summand verschiebt nach links und rechts und welcher nach oben und unten?
 - Betrachte für d und e die Fälle kleiner null, gleich null und größer null und beschreibe die Verschiebung der Parabel exakt.

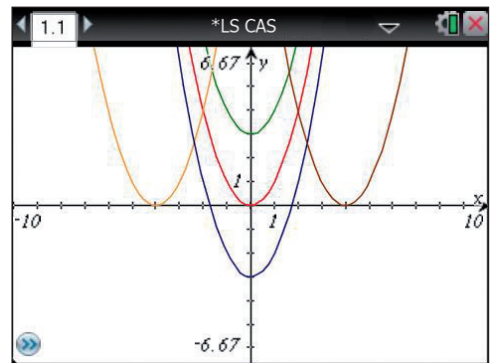


Fig. 2

3. Erzeuge mit dem CAS die Bilder aus Fig. 3 und Fig. 4.

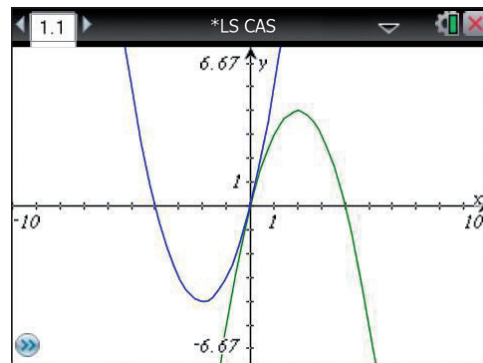


Fig. 3

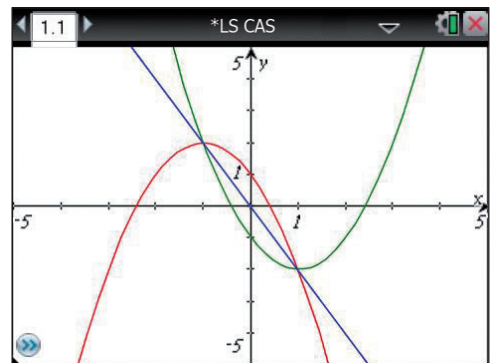


Fig. 4

In der Aufgabe 2b) spricht man auch von einer Fallunterscheidung. Unter einer **Fallunterscheidung** versteht man ein Aufteilen in Gruppen aufgrund gemeinsamer Eigenschaften. Es ist darauf zu achten, dass alle möglichen Fälle erfasst werden.

Quadratische Funktionen mit CAS (I) – Lösungen

1 a) Die Funktionen können einzeln eingegeben werden (Fig. 1):

$$f_1(x) = \frac{1}{3}x^2, f_2(x) = \frac{1}{2}x^2, f_3(x) = x^2, f_4(x) = 2x^2, f_5(x) = 3x^2,$$

$$f_6(x) = 4x^2, f_7(x) = -\frac{1}{3}x^2, f_8(x) = -\frac{1}{2}x^2, f_9(x) = -x^2, f_{10}(x) = -2x^2,$$

$$f_{11}(x) = -3x^2, f_{12}(x) = -4x^2$$

oder als Funktion mit Parameter:

$$f(x) = a \cdot x^2 \quad | \quad a = \left\{ -\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, -1, -2, -3, -4, 1, 2, 3, 4, \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \right\}$$

b) Für $a < 0$ liegen die Parabeln unterhalb der x-Achse, für

$a > 0$ liegen die Parabeln oberhalb der x-Achse.

c) Die Parabel wird gestreckt für $|a| > 1$.

Die Parabel wird gestaucht für $0 < |a| < 1$.

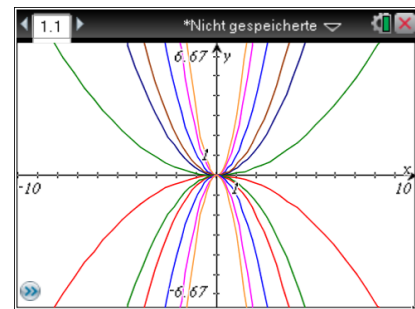


Fig. 1

2 a) Die folgenden Funktionen erzeugen das Bild Fig. 2:

$$f_1(x) = x^2, f_2(x) = x^2 + 3, f_3(x) = x^2 - 3, f_4(x) = (x + 4)^2,$$

$$f_4(x) = (x - 4)^2$$

Durch die Funktion $f(x) = (x + d)^2$ wird die Normalparabel entlang der x-Achse verschoben. d verschiebt die Parabel entlang der x-Achse und e entlang der y-Achse.

b) Für $d < 0$ erfolgt eine Verschiebung nach rechts und für $d > 0$ erfolgt

eine Verschiebung nach links. Für $e < 0$ erfolgt eine Verschiebung nach

unten und für $e > 0$ eine Verschiebung nach oben.

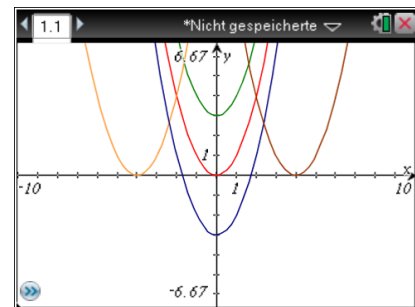


Fig. 2

3 Fig. 3: $f_1(x) = (x + 2)^2 - 4$ und $f_2(x) = -(x - 2)^2 + 4$

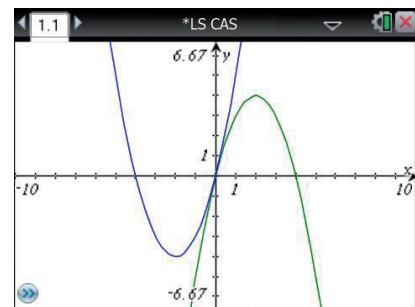


Fig. 3

Fig. 4: $f_1(x) = -(x + 1)^2 + 2$, $f_2(x) = (x - 1)^2 - 2$ und $f_3(x) = -2x$

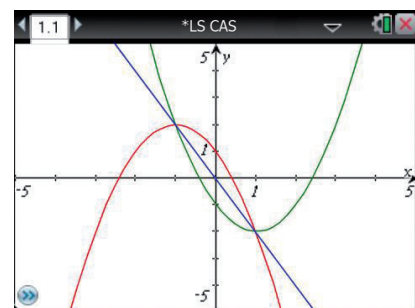


Fig. 4