Klausuraufgaben

S. 135 – 137 **Lösungen** zu den Aufgaben

Bewegungen

Aufgaben S. 135

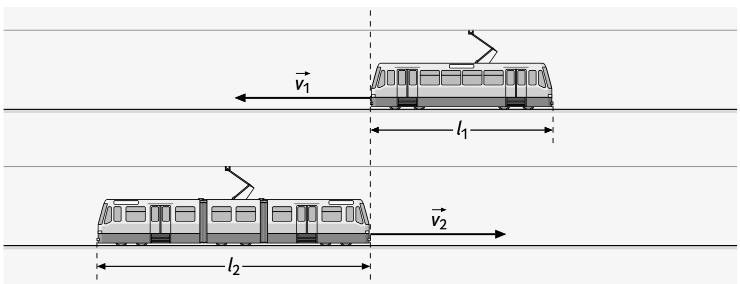
1 ◒ **UF** Gegeben:

Straßenbahn 1: $l_1 = 26\,\text{m};\; v_1 = 18\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Straßenbahn 2: $l_2 = 39\,\text{m};\; v_2 = 36\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

a) Berechnung der Zeit, bis die beiden Bahnen aneinander vorbeigefahren sind:
Für die gleichförmige Bewegung gilt:

$t = \frac{s}{v}$



Der Gesamtweg für die Vorbeifahrt beträgt:

$s = l_1 + l_2$

Da die Straßenbahnen in entgegengesetzter Richtung fahren, beträgt ihre Relativgeschwindigkeit:

$v = v_1 + v_2$

Damit erhält man für die Dauer der Vorbeifahrt:

$$t = \frac{l_1 + l_2}{v_1 + v_2} = \frac{26\,\text{m} + 39\,\text{m}}{5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} + 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{65\,\text{m}}{15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4{,}3\,\text{s}$$

Die Vorbeifahrt der Bahnen aneinander dauert $4{,}3\,\text{s}$.

b) Für einen Fahrgast in Bahn 1 ist die Sicht nur so lange verdeckt, wie die Bahn 2 an ihm vorbeifährt. Damit ergibt sich:

$$t_1 = \frac{l_2}{v_1 + v_2} = \frac{39\,\text{m}}{5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} + 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{39\,\text{m}}{15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2{,}6\,\text{s}$$

Für einen Fahrgast in Bahn 2 ergibt sich entsprechend:

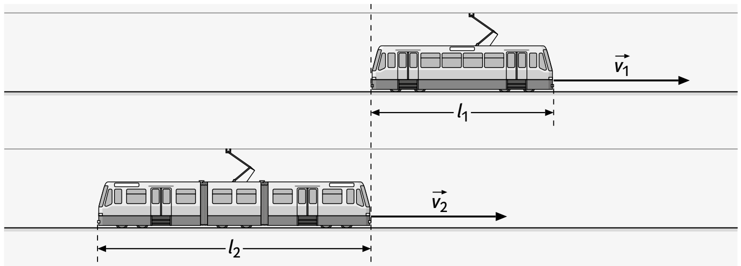
$$t_2 = \frac{l_1}{v_1 + v_2} = \frac{26\,\text{m}}{15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1{,}7\,\text{s}$$

Dem Fahrgast in Bahn 1 wird die Sicht also $2{,}6\,\text{s}$ lang versperrt, dem in Bahn 2 wird sie $1{,}7\,\text{s}$ lang versperrt.

entnommen aus:
Impulse Physik Oberstufe Einführungsphase NRW, Lehrerband, ISBN: 978-3-12-772675-6
Autoren: L. Blüggel, A. Hegemann
Grafik: Alfred Marzell, Schwäbisch Gmünd

c) Für die Fahrstrecke der schnelleren Bahn gilt:

$s_2 = v_2 \cdot t$



Die Zeit t ergibt sich aus der Länge der Bahn 1 (wenn Bahn 2 diesen Weg zurückgelegt hat, dann befinden sich die Spitzen beider Bahnen auf gleicher Höhe) und der Relativgeschwindigkeit zwischen den beiden Bahnen:

$t = \frac{l_1}{v_2 - v_1} = \frac{26\,\text{m}}{10\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{26\,\text{m}}{5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 5{,}2\,\text{s}$

Damit ergibt sich für Bahn 2:

$s_2 = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5{,}2\,\text{s} = 52\,\text{m}$

Entsprechend erhält man für die Bahn 1:

$s_1 = v_1 \cdot t = 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5{,}2\,\text{s} = 26\,\text{m}$

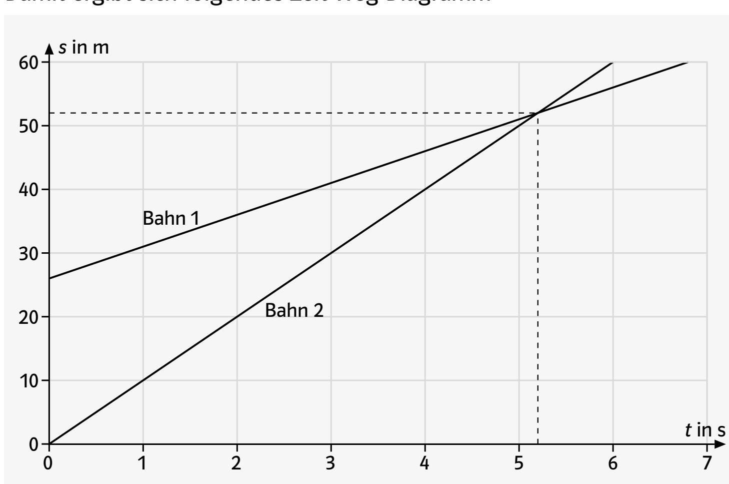
Nach einer Fahrstrecke von $s_1 = 26\,\text{m}$ bzw. $s_2 = 52\,\text{m}$ befinden sich die Spitzen der beiden Bahnen auf gleicher Höhe.

d) Zum Zeitpunkt $t = 0\,\text{s}$ betragen die zurückgelegten Wege $26\,\text{m}$ für die Bahn 1 und $0\,\text{m}$ für die Bahn 2. Die Bezugspunkte sind die Spitzen der Bahnen. Für die Wege gilt dann allgemein:

$s_1 = 26\,\text{m} + 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t$

$s_2 = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t$

Damit ergibt sich folgendes Zeit-Weg-Diagramm:



Der Schnittpunkt der beiden Graphen gibt an, nach welchem Weg sich die Spitzen der beiden Bahnen auf gleicher Höhe befinden und welche Zeit bis dahin vergangen ist. In Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus Teilaufgabe **c)** erhält man $t \approx 5{,}2\,\text{s}$, $s_1 \approx 26\,\text{m}$ und $s_2 \approx 52\,\text{m}$.

entnommen aus:
Impulse Physik Oberstufe Einführungsphase NRW, Lehrerband, ISBN: 978-3-12-772675-6
Autoren: L. Blüggel, A. Hegemann
Grafik: Alfred Marzell, Schwäbisch Gmünd

Aufgaben S. 135

2 ○ UF a) Da F konstant ist, liegt eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung vor.
Aus $F = m \cdot a$ folgt:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{N}}{9 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{s}} = 1{,}8 \cdot 10^{15}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Die Bewegungsgesetze dieser Bewegung liefern (mit $s_0 = 0$, $v_0 = 0$):

$$v = a \cdot t = 1{,}8 \cdot 10^{15}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 5 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{s} = 9 \cdot 10^{6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$s = \tfrac{1}{2} a \cdot t^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 1{,}8 \cdot 10^{15}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot (5 \cdot 10^{-9})^2\,\mathrm{s}^2 = 0{,}02\,\mathrm{m}$$

b) Man geht von einer Kreisbewegung mit konstantem Geschwindigkeitsbetrag aus. Dann gilt:

$$F_\mathrm{z} = \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{9 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot \left(9 \cdot 10^{6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{0{,}048\,\mathrm{m}} = 1{,}5 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{N}$$

Energie

3 ◒ UF, K a) Lösung über den Energieansatz:
Bewegungsenergie E_kin wird in Höhenenergie E_pot umgewandelt. Dabei wird von der Energieerhaltung ausgegangen.

$E_\mathrm{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = m \cdot g \cdot h = E_\mathrm{pot}$ liefert

$\frac{1}{2} v_0^2 = g \cdot h \quad \Leftrightarrow \quad h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$

mit $g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ ist $h \approx 3\,\mathrm{m}$.

Lösung über den Kraftansatz:
Die Bewegung nach oben wird durch die konstante Gewichtskraft F_G gebremst. Die negative Beschleunigung ist $-g$. Es gilt das t-v-Gesetz der gleichmäßig beschleunigten Bewegung $v(t) = v_0 - g \cdot t$. Die maximale Höhe ist erreicht, wenn $v(t) = 0$ ist. Aus dieser Bedingung ergibt sich die Steigzeit $t_\mathrm{s} = v_0/g$.
Die Höhe kann als Flächeninhalt der Dreiecksfläche im t-v-Diagramm ermittelt werden.
Man erhält:

$$h = \tfrac{1}{2} t_\mathrm{s} \cdot v_0 = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \approx 13\,\mathrm{m}$$

b) Die Höhenenergie wird wieder in Bewegungsenergie umgewandelt. Da keine Reibung vorliegt, kann ein abgeschlossenes System angenommen werden. Die Bewegungsenergie und damit die Geschwindigkeit muss die gleiche sein wie die Startgeschwindigkeit. Damit ist die Änderung der Geschwindigkeit in beiden Fällen die gleiche. Da die Gewichtskraft in beiden Fällen die verursachende Kraft ist, ist der Betrag der Beschleunigung und damit auch die Zeit in beiden Fällen gleich.

4 ◒ UF, K Gegeben: $v_0 = 25\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 6{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$h_0 = 5\,\mathrm{m}$

a) Durch Anwendung des Energieerhaltungssatzes der Mechanik erhält man folgende Beziehung:

$$\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Daraus berechnet sich die Geschwindigkeit nach

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h}$$

$$v = \sqrt{\left(6{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 + 2 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 5\,\mathrm{m}}$$

$$v = 12{,}1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 43{,}6\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Die Radfahrerin wäre mit einer Geschwindigkeit von $43{,}6\,\mathrm{km/h}$ auf das parkende Auto gefahren.

entnommen aus:
Impulse Physik Oberstufe Einführungsphase NRW, Lehrerband, ISBN: 978-3-12-772675-6
Autoren: L. Blüggel, A. Hegemann
Grafik: Alfred Marzell, Schwäbisch Gmünd

Aufgaben S. 135

b) Die kinetische Energie der Radfahrerin muss gleich der potenziellen Energie gesetzt werden. Daraus lässt sich die Fallhöhe h mit der gleichen Auftreffgeschwindigkeit berechnen:

$$\frac{1}{2}m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h$$

Es ergibt sich:

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{\left(12{,}1\,\frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}} = 7{,}5\,m$$

Ein frei fallender Körper müsste aus einer Höhe von $7{,}5\,m$ fallen, um mit der gleichen Endgeschwindigkeit $v = 43{,}6\,m/s$ auf dem Boden aufzutreffen.

c) Für einen schwereren Radfahrer ergäben sich dieselben Werte, da sich die Masse m aus den Gleichungen herauskürzt:
Gleichung 1:

$$\frac{1}{2}m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2}m \cdot v^2$$

$$m\left(\frac{1}{2}v_0^2 + g \cdot h\right) = \frac{1}{2}m \cdot v^2$$

$$\frac{1}{2}v_0^2 + g \cdot h = \frac{1}{2}v^2$$

Gleichung 2:

$$\frac{1}{2}m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h$$

$$\frac{1}{2}v^2 = g \cdot h$$

Impuls

5 ◒ E, K Beim Stoß finden Energie- und Impulsübertragung statt. Besonders viel Energie wird übertragen, wenn beide Stoßpartner etwa gleiche Masse haben. Das ist bei Neutronen und den Protonen des Wasserstoffkerns der Fall.

6 ◒ UF, E Aus der Energieerhaltung $E_{pot} = E_{kin}$ ergibt sich für die Geschwindigkeit vor dem Ankuppeln:

$$v_{vor} = \sqrt{2g \cdot h} = 7{,}7\,\frac{m}{s}.$$

Aus der Impulserhaltung $p_{vor} = p_{nach}$ folgt:

$$30\,t \cdot 7{,}7\,\frac{m}{s} = 60\,t \cdot v_{nach} \quad \Rightarrow \quad v_{nach} = 3{,}85\,\frac{m}{s}.$$

Die beiden Bewegungsenergien sind:

$$E_{kin\,vor} = 8{,}9 \cdot 10^5\,J, \; E_{kin\,nach} = 4{,}4 \cdot 10^5\,J$$

Offenbar ist beim Ankuppeln Energie in innere Energie umgewandelt worden.

Aufgaben S. 136

7 ● UF, K a) Es liegt ein unelastischer Stoß vor. Nach dem Impulserhaltungssatz gilt:

$$m \cdot v = (m + M) \cdot v'$$

$$v = (m + M) \cdot \frac{v'}{m}$$

entnommen aus:
Impulse Physik Oberstufe Einführungsphase NRW, Lehrerband, ISBN: 978-3-12-772675-6
Autoren: L. Blüggel, A. Hegemann
Grafik: Alfred Marzell, Schwäbisch Gmünd

Die Geschwindigkeit v' des Pendels mit dem Geschoss lässt sich mit Hilfe des Energieerhaltungssatzes bestimmen:

$$\frac{1}{2}(m + M) \cdot v'^2 = (m + M) \cdot g \cdot h$$

$$v' = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Setzt man v' in die Gleichung zur Berechnung der Geschossgeschwindigkeit v ein, ergibt sich

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot \frac{m + M}{m}$$

b) Die Massen von Geschoss und Pendel können mittels einer Waage bestimmt werden. Wenn das Geschoss auf das Pendel trifft, wird dieses ausgelenkt und schwingt hin und her. Die Höhe h kann man direkt messen oder über die Pendellänge und die Auslenkung des Pendels ermitteln. Nach der oben hergeleiteten Gleichung kann man aus den gemessenen Werten die Geschwindigkeit v des Geschosses berechnen.

Gravitation

8 ◒ UF, K a) Beim geozentrischen oder auch ptolemäischen Weltbild ruht die Erde im Mittelpunkt und der Mond, die Planeten und Sterne kreisen in Bahnen um sie. Die Erde war das Zentrum aller möglichen Himmelsbewegungen. Dieses Weltbild wurde lange bis ins Mittelalter gelehrt, es entsprach der alltäglichen Erfahrung der Menschen und widersprach nicht den Gedanken der Kirche.

Das heliozentrische oder auch kopernikanische Weltbild löste das geozentrische im Mittelalter ab. Es stand nun nicht mehr die Erde im Mittelpunkt der Himmelsbewegungen, sondern die Sonne, und auch die Erde bewegte sich auf Bahnen um diese herum. Mit dieser Vorstellung ließen sich viele Ungereimtheiten klären, die beim geozentrischen Weltbild auftraten. Probleme bereitete es jedoch, die Vorstellung aufzugeben, dass die Erde Mittelpunkt des Kosmos sei. Die Ansicht, dass die Erde nur ein Planet unter vielen sei, wurde von der Kirche lange als ketzerisch angesehen.

Beide Weltbilder haben gemeinsam, dass jeweils nur unser Sonnensystem betrachtet wird und die Existenz weiterer Galaxien und Sonnensysteme nicht angenommen wurde. Bei beiden Vorstellungen steht jeweils ein Himmelskörper als ruhender Mittelpunkt im Zentrum aller Himmelsbewegungen, wobei eine eher die alltägliche und religiöse Wahrnehmung beschrieb und die andere die mathematische, naturwissenschaftliche.

b) Die Flächenkonstanz kommt dadurch zustande, dass sich ein Körper, der einen anderen Körper auf einer Bahn umläuft, mal schneller und mal langsamer bewegt. Befindet sich der umlaufende Körper näher am Schwerpunkt, so ist seine Geschwindigkeit größer, entfernt er sich, so wird er langsamer. Betrachtet man die Flächen, die der Fahrstrahl des Körpers in gleichen Zeitabständen überstreicht, so erkennt man aufgrund der sich ändernden Geschwindigkeit, dass diese Flächen gleich groß sind. Auf Bahnen, die eine ausgeprägte Ellipsenform haben, ist die Geschwindigkeitsänderung des Körpers demnach sehr groß. Körper, die sich auf Kreisbahnen bewegen, besitzen dagegen eine annähernd konstante Geschwindigkeit.

c) Rechnerische Bestätigung des 3. Kepler'schen Gesetzes:

$$\frac{T^2_{\text{Saturn}}}{T^2_{\text{Jupiter}}} = 6{,}17 \approx 6{,}25 = \frac{a^3_{\text{Saturn}}}{a^3_{\text{Jupiter}}}$$

$$\frac{T^2_{\text{Saturn}}}{T^2_{\text{Venus}}} = 2\,290{,}03 \approx 2\,308{,}8 = \frac{a^3_{\text{Saturn}}}{a^3_{\text{Venus}}}$$

$$\frac{T^2_{\text{Venus}}}{T^2_{\text{Jupiter}}} = 2{,}69 \cdot 10^{-3} \approx 2{,}68 \cdot 10^{-3} = \frac{a^3_{\text{Venus}}}{a^3_{\text{Jupiter}}}$$

Mit den Werten aus der Tabelle lässt sich das 3. Kepler'sche Gesetz bestätigen.

entnommen aus:
Impulse Physik Oberstufe Einführungsphase NRW, Lehrerband, ISBN: 978-3-12-772675-6
Autoren: L. Blüggel, A. Hegemann
Grafik: Alfred Marzell, Schwäbisch Gmünd

d) Aus c) erkennt man, dass das Verhältnis immer gleich ist. Das muss auch für die Erde gelten:

$$\frac{T_{\text{Erde}}^2}{T_{\text{Venus}}^2} = \frac{a_{\text{Erde}}^3}{a_{\text{Venus}}^3}$$

Stellt man nach a_{Erde}^3 um und setzt für die Umlaufdauer der Erde 365 Tage ein, erhält man nach Ziehen der 3. Wurzel:

$a_{\text{Erde}} = 149{,}46 \cdot 10^6\,\text{km}$ (Literaturwert: $149{,}60 \cdot 10^6\,\text{km}$)

e) Überprüfung des 3. Kepler'schen Gesetzes für den Halley'schen Kometen:

$$\frac{T_{\text{Saturn}}^2}{T_{\text{Halley}}^2} = 0{,}154 \approx 0{,}155 = \frac{a_{\text{Saturn}}^3}{a_{\text{Halley}}^3}$$

Es zeigt sich, dass das 3. Kepler'sche Gesetz auch für die Bahnkurven von Kometen gilt.

f) Der Massenverlust hat keine Auswirkung auf Bahn und Umlaufdauer des Kometen, denn aus dem Ansatz $F_Z = F_G$ folgt:

$$m_{\text{Halley}} \cdot \omega^2 \cdot r = \gamma \cdot m_{\text{Halley}} \cdot \frac{m_S}{r^2} \quad \text{mit } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{\gamma \cdot m_S}$$

Die Masse des sich bewegenden Himmelskörpers kürzt sich heraus, die Massenänderung des Kometen hat somit keine Auswirkung auf Umlaufzeit und Bahnradius.

g) Man berechnet für den zweiten Extremwert der Umlaufdauer die zugehörige Halbachse:

mit $T_{\text{Halley}}^* = 77\,\text{a}$ ergibt sich aus

$$\frac{T_{\text{Saturn}}^2}{T_{\text{Halley}}^2} = 0{,}146 = \frac{a_{\text{Saturn}}^3}{a_{\text{Halley}}^3}$$

$$a_{\text{Halley}} = \sqrt[3]{\frac{a_{\text{Saturn}}^3}{0{,}146}} = 2{,}723 \cdot 10^9\,\text{km}$$

Bei einer Umlaufdauer von $77\,\text{a}$ beträgt die große Halbachse $2{,}723 \cdot 10^9\,\text{km}$, bei einer Umlaufdauer von $75\,\text{a}$ dagegen $2{,}668 \cdot 10^9\,\text{km}$ (siehe Aufgabenteil **e)**). Die Halbachse verändert sich also um $0{,}055 \cdot 10^9\,\text{km}$.

9 ◒ UF, K a) Bewegt sich der Körper unmittelbar über der Erdoberfläche, so ist die Zentripetalkraft gleich der Gravitationskraft; es gilt:

$$m \cdot \frac{v^2}{r_E} = m \cdot g$$

$$v = \sqrt{r_E \cdot g}$$

$$v = \sqrt{6{,}371 \cdot 10^6\,\text{m} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$v = 7{,}9\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Damit ein Körper die Erde gerade umkreist, ist eine Mindestgeschwindigkeit von $7{,}9\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ nötig. Diese Geschwindigkeit bezeichnet man als 1. kosmische Geschwindigkeit!

b) Für eine gleichförmige Bewegung gilt allgemein:

$$v = \frac{s}{t}$$

Für einen Umlauf ist $t = T$. Der zurückgelegte Weg ist gleich dem Umfang der Erde.

entnommen aus:
Impulse Physik Oberstufe Einführungsphase NRW, Lehrerband, ISBN: 978-3-12-772675-6
Autoren: L. Blüggel, A. Hegemann
Grafik: Alfred Marzell, Schwäbisch Gmünd

$$v = 2\pi \cdot \frac{r}{T}$$

$$T = 2\pi \cdot \frac{r}{v} = 2\pi \cdot \frac{6{,}317 \cdot 10^6\,\mathrm{m}}{7900\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 5067\,\mathrm{s}$$

Ein vollständiger Umlauf eines Körpers um die Erde dauert $5067\,\mathrm{s} = 84{,}5\,\mathrm{min}$.

c) Der Satellit der Masse m bewegt sich dann auf einer Kreisbahn, wenn die Zentripetalkraft gleich der Gravitationskraft in der entsprechenden Höhe ist. Es gilt:

$$F_Z = F_G$$

$$m \cdot \frac{v^2}{r_E + h} = G \cdot \frac{m \cdot m_E}{(r_E + h)^2}$$

Mit $v = 2\pi \cdot \frac{r_E + h}{T}$ erhält man:

$$\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot (r_E + h) = G \cdot \frac{m_E}{(r_E + h)^2}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(r_E + h)^3}{G \cdot m_E}}$$

Die Umlaufzeit eines Satelliten um die Erde ist bei einer näherungsweise kreisförmigen Bahn nur von der Höhe des Satelliten über der Erdoberfläche abhängig. Je größer die Höhe über der Erdoberfläche, desto größer die Umlaufzeit. Die Umlaufzeit ist unabhängig von der Masse des Satelliten.

10 ◒ **UF, E** a) Mit Hilfe des Gravitationsgesetzes können Wertepaare berechnet werden. Es gilt:

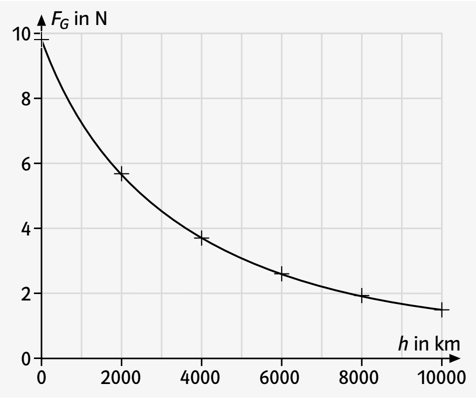
$$F_G = G \cdot \frac{m \cdot m_E}{(r_E + h)^2}$$

$$F_G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^2} \cdot \frac{1\,\mathrm{kg} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}}{(6{,}371 \cdot 10^6\,\mathrm{m} + h)^2}$$

Damit ergibt sich:

h in km	0	2000	4000	6000	8000	10000
F_G in N	9,81	5,68	3,70	2,60	1,93	1,49

Damit erhält man folgende grafische Darstellung:



entnommen aus:
Impulse Physik Oberstufe Einführungsphase NRW, Lehrerband, ISBN: 978-3-12-772675-6
Autoren: L. Blüggel, A. Hegemann
Grafik: Alfred Marzell, Schwäbisch Gmünd

Aufgaben S. 136

b) Auf der Erdoberfläche gilt:

$$F_{G,E} = G \cdot \frac{m \cdot m_E}{r_E^2}$$

$$F_{G,h} = G \cdot \frac{m \cdot m_E}{(r_E + h)^2}$$

Aus diesen beiden Gleichungen erhält man durch Umstellen nach $G \cdot m \cdot m_E$ und Gleichsetzen:

$F_{G,E} \cdot r_E^2 = F_{G,h} \cdot (r_E + h)^2$ oder

$$F_{G,h} = F_{G,E} \cdot \frac{r_E^2}{(r_E + h)^2}$$

$$F_{G,h} = F_{G,E} \cdot \frac{(6731\,\mathrm{km})^2}{(6371\,\mathrm{km} + 4\,\mathrm{km})^2}$$

$$F_{G,h} = F_{G,E} \cdot 0{,}9987$$

Die Gewichtskraft eines Menschen verändert sich beim Besteigen eines 4000 m hohen Berges um etwa ein Tausendstel ihres Wertes.
Man kann also die Veränderung der Gewichtskraft eines Menschen vernachlässigen.

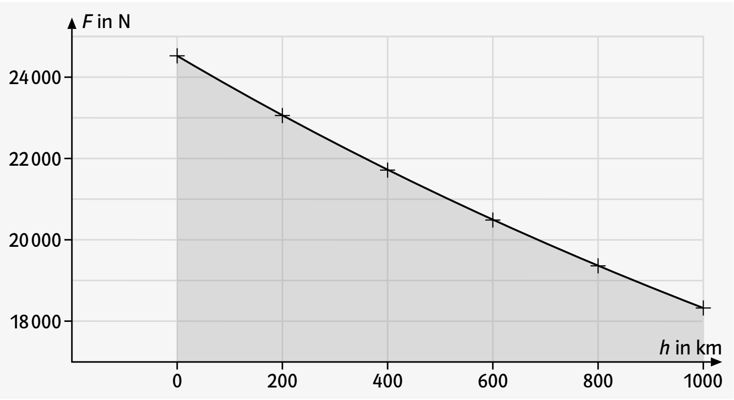
c) Die Aufgabe kann gelöst werden, indem man ein *h*-*F*-Diagramm für den gegebenen Fall erstellt und die betreffende Fläche unter dem Graphen auszählt.

Nach $F = G \cdot \frac{m \cdot m_E}{(r + h)^2}$ ergibt sich mit $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^2}$,

$m = 2500\,\mathrm{kg}$ und $m_E = 5{,}97 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$:

h in km	0	200	400	600	800	1000
F in N	24525	23056	21714	20486	19359	18323

Damit erhält man folgendes Diagramm:



Für den Bereich unterhalb der *h*-Achse, der im Diagramm nicht dargestellt ist, ergibt sich:

$W_1 = F \cdot h = 17000\,\mathrm{N} \cdot 1000\,\mathrm{km} = 17 \cdot 10^3\,\mathrm{N} \cdot 10^6\,\mathrm{m} = 17 \cdot 10^9\,\mathrm{Nm} = 17 \cdot 10^9\,\mathrm{J}$

Die Fläche unter der Kurve besteht aus etwa 21 Kästchen. Daraus folgt für die verrichtete Arbeit:

$W_2 = 21 \cdot 1000\,\mathrm{N} \cdot 200\,\mathrm{km} = 4{,}2 \cdot 10^9\,\mathrm{J}$

Somit ergibt sich für die gesamte Fläche bzw. die gesamte verrichtete Arbeit:

$W = W_1 + W_2 = 17 \cdot 10^9\,\mathrm{J} + 4{,}2 \cdot 10^9\,\mathrm{J} = 21{,}2 \cdot 10^9\,\mathrm{J} = 2{,}1 \cdot 10^{10}\,\mathrm{J}$

entnommen aus:
Impulse Physik Oberstufe Einführungsphase NRW, Lehrerband, ISBN: 978-3-12-772675-6
Autoren: L. Blüggel, A. Hegemann
Grafik: Alfred Marzell, Schwäbisch Gmünd

Aufgaben S. 137

11 ● UF, E a) Eine harmonische Schwingung liegt vor, wenn die rücktreibende Kraft proportional der Auslenkung ist. Für die rücktreibende Kraft gilt: $F = -p \cdot A$, wobei p der Druck und A die Querschnittsfläche des Rohres sind.

Mit $p = \varrho \cdot g \cdot 2s$ und $A = \frac{1}{4}\pi \cdot d^2$ erhält man: $F = -\left(\frac{1}{2}\varrho \cdot g \cdot \pi \cdot d^2\right) \cdot s$

Da für eine bestimmte Flüssigkeit und ein gegebenes U-Rohr die Größen ϱ und d konstant sind, ist also $F \sim s$, d.h., es liegt eine harmonische Schwingung vor.

b) Für die Frequenz einer harmonischen Schwingung gilt: $f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{m}}$

Die Richtgröße D ergibt sich aus den Betrachtungen zur rücktreibenden Kraft, die in Teilaufgabe **a)** vorgenommen wurden:

$D = \frac{1}{2}\varrho \cdot g \cdot \pi \cdot d^2$

Mit $m = \varrho \cdot V$ folgt $f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g \cdot \pi \cdot d^2}{2V}}$ oder $f = \frac{d}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g \cdot \pi}{2V}}$

Die Frequenz der Schwingung einer Flüssigkeitssäule in einem U-Rohr ist nur abhängig von dem Durchmesser des U-Rohres und dem Volumen der eingefüllten Flüssigkeit. Sie ist unabhängig davon, welche Flüssigkeit man verwendet und wie groß die maximale Auslenkung ist.

c) Für die Frequenz einer in einem U-Rohr schwingenden Flüssigkeitssäule gilt (vgl. Teilaufgabe **b)**):

$f = \frac{d}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g \cdot \pi}{2V}}$. Einsetzen der Werte liefert: $f = \frac{0{,}01\,\text{m}}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \pi}{2 \cdot 25 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^3}} = 1{,}2\,\frac{1}{\text{s}}$

Die Flüssigkeitssäule schwingt mit einer Frequenz von 1,2 Hz.

d) Ausgangspunkt für die Betrachtungen ist die Gleichung: $f = \frac{d}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g \cdot \pi}{2V}}$. Daraus ergibt sich unmittelbar:

(1) Verdoppelt man den Innendurchmesser d des U-Rohres, so verdoppelt sich auch die Frequenz der Schwingung der Flüssigkeitssäule.
(2) Wird das Volumen V der Flüssigkeit im U-Rohr vervierfacht, so halbiert sich die Frequenz.
(3) Bei gleichzeitiger Verdopplung des Innendurchmessers des U-Rohres und Vervierfachung des Volumens der Flüssigkeit ändert sich die Frequenz nicht.

Eine Verdreifachung der Frequenz kann man folgendermaßen erreichen:
(1) Man wählt ein Rohr mit dem dreifachen Innendurchmesser.
(2) Man verringert das Volumen der Flüssigkeit auf $\frac{1}{9}$.

12 ◒ UF, E a) Die rücktreibende Kraft ist gleich der durch das Eintauchen zusätzlich auftretenden Auftriebskraft. Für die Auftriebskraft gilt allgemein:

$F_\text{A} = \varrho \cdot V \cdot g$

Damit erhält man für die rücktreibende Kraft: $F_\text{Rück} = \varrho_\text{Fl} \cdot \Delta V_\text{K} \cdot g$

Mit $\Delta V_\text{K} = A \cdot s$ folgt: $F_\text{Rück} = (\varrho_\text{Fl} \cdot A \cdot g) \cdot s$

b) Ein Körper führt eine harmonische Schwingung aus, wenn die rücktreibende Kraft proportional zur Auslenkung ist. Wie in Teilaufgabe **a)** abgeleitet gilt: $F_\text{Rück} \sim s$. Damit ist die Bedingung für eine harmonische Schwingung erfüllt.

entnommen aus:
Impulse Physik Oberstufe Einführungsphase NRW, Lehrerband, ISBN: 978-3-12-772675-6
Autoren: L. Blüggel, A. Hegemann
Grafik: Alfred Marzell, Schwäbisch Gmünd

Aufgaben S. 137

c) Allgemein gilt für eine harmonische Schwingung: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$

Die Masse m ist die Masse des schwingenden Körpers: $m = \varrho_K \cdot V_K = \varrho_K \cdot A \cdot h$

Die Richtgröße D ergibt sich aus den Betrachtungen zur rücktreibenden Kraft (s. Teilaufgabe **a)**):

$D = \varrho_{Fl} \cdot A \cdot g$

Einsetzen in die Formel für T liefert: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\varrho_K \cdot A \cdot h}{\varrho_{Fl} \cdot A \cdot g}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\varrho_K \cdot h}{\varrho_{Fl} \cdot g}}$

d) Es gilt: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\varrho_K \cdot h}{\varrho_{Fl} \cdot g}}$

Einsetzen der Werte liefert: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}7\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 0{,}2\,\text{m}}{1{,}0\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0{,}75\,\text{s}$

Der Körper schwingt mit einer Schwingungsdauer von ca. 0,8 s.

e) Da $\varrho_{\text{Stahl}} > \varrho_{\text{Wasser}}$, schwimmt ein massiver Stahlkörper nicht im Wasser, sondern sinkt auf den Gefäßboden. Der Körper führt also keine Schwingungen aus.

Wellen

13 ◒ **K, UF a)** Als Interferenz bezeichnet man die Überlagerung zweier Wellen. Die Auslenkung bei Interferenz ist die Summe der Einzelauslenkungen.

Im Falle destruktiver Interferenz treffen Wellen aufeinander, deren Auslenkungen am Ort der Überlagerung verschiedenes Vorzeichen besitzen. In diesem Fall weisen die Zeiger der beiden aufeinander zu laufenden Wellen in entgegengesetzte Richtungen, die Wellen sind gegenphasig, es tritt eine Schwächung bzw. bei gleicher Amplitude eine Auslöschung der Welle am Ort der Überlagerung ein.

Bei konstruktiver Interferenz treffen Wellen aufeinander, deren Auslenkungen am Ort der Überlagerung gleiches Vorzeichen haben. Hier weisen die Zeiger in die gleiche Richtung, die Wellen befinden sich in Phase zueinander und ihre Amplituden addieren sich.

b) Berechnung der Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Wellen:
(Hinweis: In der ersten Schülerbuchauflage fehlen in der Aufgabe die Zeitangaben:
Bild 2 zeigt die Wellen 1 und 2 zum Zeitpunkt $t_1 = 0{,}3\,\text{s}$, Bild 3 zeigt die Wellen 1 und 2 zum Zeitpunkt $t_1 = 0{,}5\,\text{s}$.)

Welle 1 (durchgezogene Linie): aus $\Delta x_1 = 1{,}0\,\text{m} - 0{,}6\,\text{m} = 0{,}4\,\text{m}$ und $\Delta t = 0{,}5\,\text{s} - 0{,}3\,\text{s} = 0{,}2\,\text{s}$ ergibt sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit zu $v_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t} = \frac{0{,}4\,\text{m}}{0{,}2\,\text{s}} = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Ihre maximale Elongation (oder Amplitude) beträgt $s_{M1} = 0{,}8\,\text{m}$.

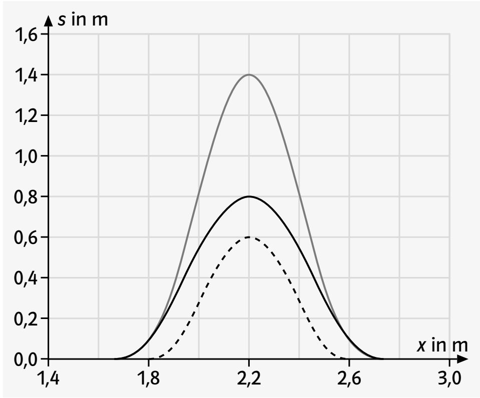
Welle 2 (gestrichelte Linie): aus $\Delta x_2 = 2{,}8\,\text{m} - 3{,}0\,\text{m} = -0{,}2\,\text{m}$ und $\Delta t = 0{,}2\,\text{s}$ ergibt sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit zu $v_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t} = -\frac{0{,}2\,\text{m}}{0{,}2\,\text{s}} = -1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Die maximale Elongation (oder Amplitude) beträgt hier $s_{M2} = 0{,}8\,\text{m}$.

entnommen aus:
Impulse Physik Oberstufe Einführungsphase NRW, Lehrerband, ISBN: 978-3-12-772675-6
Autoren: L. Blüggel, A. Hegemann
Grafik: Alfred Marzell, Schwäbisch Gmünd

Aufgaben S. 137

c) Zum Zeitpunkt $t_3 = 1{,}1\,\text{s}$ ergibt sich das folgende resultierende Wellenbild:



d) Die Wellen überlagern sich ungestört und laufen nach dem „Treffen" in unveränderter Form weiter in ihre ursprüngliche Richtung.

Berechnung der Position des Maximums der gestrichelten Welle zum Zeitpunkt $t_4 = 1{,}7\,\text{s}$:
Zum Zeitpunkt $t_2 = 0{,}5\,\text{s}$ befand sich das Maximum von Welle 2 bei $x_2 = 2{,}8\,\text{m}$. Bis zum Zeitpunkt $t_4 = 1{,}7\,\text{m}$ hat es sich um die Strecke

$$\Delta x_2 = v_2 \cdot \Delta t = -1\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1{,}2\,\text{s} = -1{,}2\,\text{m}$$

bewegt. Daraus ergibt sich als neue Position für das Maximum von Welle 2:

$$x_2(t_4) = x_2(t_2) + \Delta x_2 = 2{,}8\,\text{m} - 1{,}2\,\text{m} = 1{,}6\,\text{m}$$

In gleicher Weise berechnet sich die Position des Maximums von Welle 1 zu:

$$\Delta x_1 = v_1 \cdot \Delta t = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1{,}2\,\text{s} = 2{,}4\,\text{m}$$

und somit:

$$x_1(t_4) = x_1(t_2) + \Delta x_1 = 1{,}0\,\text{m} + 2{,}4\,\text{m} = 3{,}4\,\text{m}$$

Von einer Überlagerung ist jetzt nichts mehr zu erkennen. (Eine Zeichnung ist hier auch möglich.)

entnommen aus:
Impulse Physik Oberstufe Einführungsphase NRW, Lehrerband, ISBN: 978-3-12-772675-6
Autoren: L. Blüggel, A. Hegemann
Grafik: Alfred Marzell, Schwäbisch Gmünd