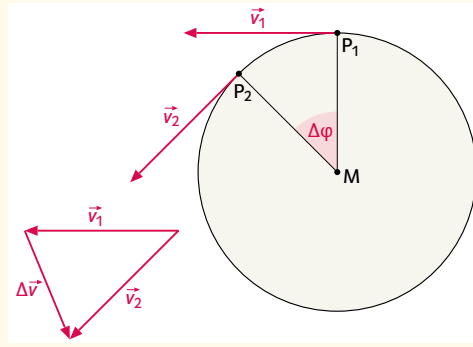


B1 Massestück auf Drehteller



B2

**Herleitung der Formel für die Zentripetalbeschleunigung** Die Skizze zeigt einen Gegenstand auf seiner Kreisbahn zu den Zeitpunkten  $t_1$  und  $t_2$  mit den jeweiligen Geschwindigkeitsvektoren  $\vec{v}_1$  und  $\vec{v}_2$ . Ist der Betrag der Bahngeschwindigkeit  $v$  konstant, so haben die beiden Vektoren die gleiche Länge. Während dieses Zeitraums  $\Delta t$  ist der Gegenstand um den Winkel  $\Delta \varphi$  vorwärts gekommen ( $\rightarrow$  B2).

Lässt man die beiden Geschwindigkeitsvektoren von einem gemeinsamen Punkt ausgehen, so kann man durch Vektoraddition den Vektor  $\Delta \vec{v}$  der Geschwindigkeitsänderung ermitteln ( $\rightarrow$  B2).

Das aus den drei Vektoren gebildete Dreieck ist dabei gleichschenkelig; der Winkel zwischen  $\vec{v}_1$  und  $\vec{v}_2$  ist dabei genau der Winkel  $\Delta \varphi$ . Daher ist dieses Dreieck ähnlich zum Dreieck  $MP_1P_2$  in  $\rightarrow$  B2.

Deshalb ist  $\Delta v/v = \overline{P_1P_2}/r$ . Die Strecke  $\overline{P_1P_2}$  ist für kleine Zeitintervalle etwa so groß wie der Kreisbogen von  $P_1$  nach  $P_2$  und dieser ist  $r \cdot \Delta \varphi = r \cdot \omega \cdot \Delta t$ . Also ist  $\Delta v/v = \omega \cdot \Delta t$  bzw.  $\Delta v/\Delta t = \omega \cdot v$ .

Für kleine Zeiträume  $\Delta t$  ist der Quotient  $\Delta v/\Delta t$  die Beschleunigung  $a$ . Zusammen mit der Beziehung  $v = \omega \cdot r$  ergibt sich die Formel für die Zentripetalbeschleunigung:

$$a_z = \omega^2 \cdot r \text{ bzw. } a_z = \frac{v^2}{r}$$

Für die Zentripetalkraft erhält man dann

$$F_z = m \cdot \omega^2 \cdot r \text{ bzw. } F_z = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

**Beispiele für Kreisbewegungen** Auf einem Drehteller liegt im Abstand von 4,0 cm vom Mittelpunkt ein Massestück der Masse 100 g ( $\rightarrow$  B1). Wird die Drehfrequenz langsam erhöht, so beobachtet man, dass bei Überschreiten der Frequenz 1,5 Hz das Massestück vom Drehteller rutscht.

Bei einer Drehfrequenz von 1,5 Hz erfährt der Körper auf seiner Kreisbahn eine Zentripetalbeschleunigung von

$$a_z = \omega^2 \cdot r = (2\pi \cdot f)^2 \cdot r = 3,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Die nötige Zentripetalkraft, die in diesem Fall das Gewichtstück auf seine Kreisbahn zwingt, beträgt dann  $F_z = m \cdot a_z = 0,35 \text{ N}$ . Sie wird von der Reibung, die das Massestück auf der Unterlage hält, aufgebracht. Da das Massestück bei einer Frequenz über 1,5 Hz vom Drehteller rutscht, beträgt diese Reibungskraft maximal 0,35 N.

**Kurvenfahrt mit Auto** Ein Auto der Masse 1,4 t soll eine Kurve mit dem Kurvenradius 150 m durchfahren. Auch hier wird die nötige Zentripetalkraft durch die Reibung zwischen Straßenbelag und den darauf haftenden Reifen aufgebracht. Beträgt die maximale Reibungskraft auf trockener Straße für dieses Auto 4,5 kN, so kann man berechnen, mit welcher Geschwindigkeit diese Kurve höchstens durchfahren werden kann:

Aus dem Ansatz Zentripetalkraft = maximale Reibungskraft

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = 4,5 \cdot 10^3 \text{ N}$$

ergibt sich

$$v^2 = 4,5 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \frac{150 \text{ m}}{1,4 \cdot 10^3 \text{ kg}}$$

Die maximale Kurvengeschwindigkeit berechnet sich daraus zu  $v = 22 \text{ m/s}$ . Dies sind etwa 80 km/h. Bei nasser bzw. vereister Straße sinkt die Reibungskraft für die Haftung, d.h., bei gleicher Geschwindigkeit kann die für die Kurvenfahrt nötige Zentripetalkraft nicht mehr durch die Reibung aufgebracht werden. Das Auto würde aus der Kurve herausrutschen.

Verkehrsschilder vergrößern durch „Schneiden“ einer Kurve ( $\rightarrow$  B3) den Radius der gefahrenen Kurve und können dadurch mit etwas höherer Geschwindigkeit fahren.



B3