

Aufgabe: Parameter bestimmen bei Flächenberechnung

Lösungsvorschlag:

Zunächst werden die Schnittstellen der beiden Graphen bestimmt.

TI-84 Plus calculator screen showing the intersection of $f(x) = \frac{1}{a} \cdot x^2$ and $g(x) = 2 - a \cdot x^2$. The screen displays the equation $\text{solve}(f(x)=g(x), x)$ and the solutions $x = \frac{-\sqrt{2 \cdot a}}{\sqrt{a^2 + 1}}$ and $x = \frac{\sqrt{2 \cdot a}}{\sqrt{a^2 + 1}}$. The bottom of the screen shows $\text{solve}(f(x)=g(x), x)$ and the status bar indicates MAIN, RAD AUTO, SEQ 4/30.

Dann wird $A(a)$ bestimmt. Dabei wird die Symmetrie ausgenutzt.

TI-84 Plus calculator screen showing the calculation of the area $A(a)$ between the two curves. The screen displays the equation $\text{solve}(f(x)=g(x), x)$ and the solutions $x = \frac{-\sqrt{2 \cdot a}}{\sqrt{a^2 + 1}}$ and $x = \frac{\sqrt{2 \cdot a}}{\sqrt{a^2 + 1}}$. The area is calculated as $2 \cdot \int_0^{\frac{\sqrt{2 \cdot a}}{\sqrt{a^2 + 1}}} (g(x) - f(x)) dx$, resulting in $\frac{8 \cdot \sqrt{2 \cdot a}}{3 \cdot \sqrt{a^2 + 1}}$. The bottom of the screen shows $f(x), x, 0, \sqrt{2 \cdot a} / (\sqrt{a^2 + 1})$ and the status bar indicates MAIN, RAD AUTO, SEQ 5/30.

Die Gleichung $A(a) = 1$ liefert zwei Lösungen, näherungsweise $a = 14,15$ bzw. $a = 0,0707$.

TI-84 Plus calculator screen showing the solution of the equation $A(a) = 1$. The screen displays the equation $\text{solve}\left(\frac{8 \cdot \sqrt{2 \cdot a}}{3 \cdot \sqrt{a^2 + 1}} = 1, a\right)$ and the solutions $a = \frac{\sqrt{4015} + 64}{9}$ or $a = \frac{-(\sqrt{4015} - 64)}{9}$. The bottom of the screen shows $a = 14.15$ or $a = .0707$ and the status bar indicates MAIN, RAD AUTO, SEQ 7/30.

Der Wert für a , bei dem $A(a)$ maximal wird, lässt sich schnell mit der Funktion $f\text{Max}$ (F3-7) bestimmen. Es ergibt sich $a = 1$.

TI-84 Plus calculator screen showing the determination of the maximum value of $A(a)$. The screen displays the equation $\text{fMax}\left(\frac{8 \cdot \sqrt{2 \cdot a}}{3 \cdot \sqrt{a^2 + 1}}, a\right)$ and the result $a = 1$. The bottom of the screen shows $f\text{Max}(8 \cdot \sqrt{2 \cdot a} / (3 \cdot \sqrt{a^2 + 1}), a)$ and the status bar indicates MAIN, RAD AUTO, SEQ 8/30.