Anleitung: Standardabweichung

So kann man mit dem V200 Erwartungswert und Varianz bzw. Standardabweichung bei Binomialverteilungen für bestimmte Werte von n, aber für allgemeines p nach der allgemeinen Formel berechnen.

Damit kann man die Formeln $\mu = n \cdot p$ und $\sigma = n \cdot p \cdot (1 - p)$ überprüfen.



Anleitung: Standardabweichung

So kann man mit dem ClassPad Erwartungswert und Varianz bzw. Standardabweichung bei Binomialverteilungen für bestimmte Werte von n und p nach der allgemeinen Formel berechnen. Damit kann man die Formeln $\mu = n \cdot p$ und $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$ überprüfen.





Anleitung: Simulation zur Schätzung eines Erwartungswertes

Beispiel:

Versuchspersonen sollen bei drei Bildern jeweils eine Zuordnung zu zwei Stilrichtungen (Impressionismus – Expressionismus) angeben. Man geht hier davon aus, dass die Personen zufällig raten, sich also mit Wahrscheinlichkeit 0,5 für eine der beiden Richtungen entscheiden. Durch eine Simulation soll eine Schätzung für den Erwartungswert der Anzahl der richtig zugeordneten Bilder bestimmt werden. Für die Simulation werden Zufallszahlen benötigt.

Die Simulation wird in Schritten von wachsender Komplexität als Kette von Rechnerbefehlen aufgebaut.

Mit dem Befehl rand() kann eine Zufallszahl zwischen 0 und 1 erzeugt werden.

1.1	BOG AUTO REELL
rand()	0.943597
rand()	0.908319
rand()	0.146688
rand	0.514702
rand()	0.40581
rand()	0.733812
n	- \

Für die Simulation legt man fest, dass eine Zufallszahl kleiner als 0,5 einen Treffer bedeuten soll.

In diesem Falle wird von der mit piecewise definierten Funktion eine 1 ausgegeben.

Da drei Bilder vorliegen, wird eine Folge von drei Werten als Simulation der drei Zuordnungen erzeugt.

Die Anzahl richtiger Antworten kann durch Summation dieser Liste erfolgen.

Nun werden z.B. die Antworten von 100 Personen simuliert durch Erzeugen einer Folge von 100 Ausgaben, die jeweils die Zahl der richtigen Antworten bedeuten.

Die erzeugte Liste wird für weitere Auswertungen als Ist abgespeichert.

1.1	BOG AUTO REELL	Î
Tanu ()	0.755612	<u>^</u>
Define $f(z) = \begin{cases} 1, z < 0.5 \\ 0, z > z \end{cases}$	Fertig	
(U, Eise		.
seq(A(rand()),n,1,3)	{ 1,1,0 }	
seq(f(rand()),n,1,3)	{1,0,0}	
seq(f(rand()),n,1,3)	{1,1,1}	
		Ļ
<u> </u>	10/9	89

1.1 BOG AUT	O REELL 🔒
seq[/(rand()),n,1,3)	{1,1,1} 🗖
sum(seq(f(rand()),n,1,3))	2
sum(seq(f(rand()),n,1,3))	0
sum(seq(f(rand()),n,1,3))	3
sum(seq(r(rand()), n, 1, 3))	2
	14/99

1.1	BOG AUTO REELL	Í
sum(seq(/(rand()),n,1,3))	٥ľ
sum(seq(f(rand()),n,1,3))	3
sum(seq(/(rand()),n,1,3))	2
seq(sum(seq(/(rs	$(n,1,3)$, $x, 1, 100 \rightarrow lst$	
{2,1,1,2,2,0,2,	3,2,1,2,1,2,0,0,2,1,3,1,2,0,1	,2,•
		15/99



Anleitung: Simulation zur Schätzung eines Erwartungswertes

Für die Liste Ist kann man mit en / 6:Statistik / 1:Statistische Berechnungen /1:Statistik mit einer Variablen eine Variablenstatistik durchführen. Die Bedienung ist mit den angezeigten Formularen intuitiv:



1.1	BOG AUTO REELL	
OneVar lst, 1: stat.	results	ñ
"Titel"	"Statistik mit einer Varia	
"\z"	1.55	
"Zx"	155.	
"∑x² "	311.	
"SX := Sn-1X"	0.845368	
"σx := σnx"	0.84113	
"n"	100.	١Å
	1/	16

Das Ergebnis wird im Hauptbildschirm angezeigt. Die Simulation ergibt hier als Schätzwert für den gesuchten Erwartungswert einen Mittelwert von 1,55 mit einer Standardabweichung von 0,84113.

Die Verteilung der "Antworten" kann mit einem Histogramm auf einer Data&Statistics-Seite gemäß der folgenden Screenshots dargestellt werden:



Die erreichten Anzahlen können im Histogramm abgetastet werden: Man bewegt den Zeiger auf die entsprechende Säule und drückt die Taste (%).

Die Simulation kann einfach wiederholt werden durch Neueingabe der betreffenden Befehle. Dazu geht man mit dem Cursor in die betreffenden Zeilen, markiert den Befehl und kopiert ihn mit in die aktuelle Zeile. Ein nochmaliges Drücken von Jührt den Befehl aus.







4

Anleitung: Simulation zur Schätzung eines Erwartungswertes



47,1,3)],x,1,100) → lst:OneVar lst,1: stat.results

BOG AUTO REELL

"Statistik mit einer Varia

1.61

1.1 1.2

"Titel"

"¥"

Man kann beim TI-Nspire auch zwei Befehle in einer Zeile durch den Doppelpunkt verketten. Dann muss für eine Wiederholung dieses "Doppelbefehls" nur () gedrückt werden.

Der Aufruf der Data&Statistics-Seite zeigt automatisch das Histogramm zur neuen Simulation, das natürlich ähnlich aussieht, aber es sind deutlich kleine Abweichungen zum vorhergehenden erkennbar.



15-		k			
-1.0	0.0	1.0 Is	2.0 st	3.0	4.0



Aufgabe: Standardabweichung

Lösungsvorschlag:

Der Zusammenhang zwischen den Parametern der Binomialverteilung und der Glockenhöhe bzw. – breite steckt im Abweichungsfaktor s. Es wird nun experimentell gezeigt, dass s sich annähern lässt durch $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$.

Dazu kann man in Gruppen für verschiedene Werte von p untersuchen, wie sich s in Abhängigkeit von n und p verhält. Hier wird zunächst der Fall p = 0.5 untersucht.

Dafür wird s (x,0.5) tabellarisch in 10er Schritten für n auf einer Lists&Spreadsheet-Seite gemäß der Abbildung rechts dargestellt.

Es fällt auf, dass der Wert 1.6 zu x = 10 bei x = 40in etwa verdoppelt (3.2) und bei x = 90 verdreifacht (4.8) erscheint.

Weitere Untersuchungen dieser Art deuten auf die Vermutung hin, dass näherungsweise $s \sim \sqrt{n}$ ist. Deutlicher wird das, indem man s^2 in Abhängigkeit von n betrachtet, wie in der nebenstehenden Tabelle.

Es gilt näherungsweise $s^2 \sim n$.

Dieser Zusammenhang wird sehr deutlich, wenn man die Daten auf einer Graphs&Data-Seite darstellt und eine lineare Regression durchführt. Der y-Achsenabschnitt ist so klein, dass er vernachlässigt werden kann, so dass man erhält: $s^2 \approx 0.25 \cdot n$ bzw. $s \approx 0.5 \cdot \sqrt{n}$

Nun wird noch die Abhängigkeit von p untersucht. Da die Abhängigkeit von n bei s² einfacher zu erkennen war, ist es naheliegend auch die Abhängigkeit von p bei s² zu untersuchen. Um die Abhängigkeit von n zu eliminieren, werden auf einer (neuen) Lists&Spreadsheet-Seite die Werte für $\frac{s^2}{n}$ bei festem n = 50 und variablem p berechnet.

◀	1.2 1.3 1.4 1.5 E	BOG AUTO REELL
	nwerte	
٠	=seq('n,'n,10,200,10)	=seq(s('n,'p),'n,10,200,
1	10	1.6210987902
2	20	2.26418249266
3	30	2.76152566022
4	40	3.18210171752
5	50	3.55325465953 🗸
į	8 =seq(s('n,'p),'n,10,2	200,10)

4	1.2 1.3	2 1.3 1.4 1.5 BOG AUTO REELL				
	nwerte	В	squad			
٠	seq('n,'n,	=seq(s('n,'p),	=seq((s('n			
1	10	1.62109879	2.627961			
2	20	2.26418249	5.126522			
3	30	2.76152566	7.626023			
4	40	3.18210171	10.12577			
5	50	3.55325465	12.62561			
0	C squad:=seq((s('n,'p)) ² ,'n,10,200,10)					



•	.4 1.5 1.6 1.7	BOG AUTO	REELL	Î
A	pwerte	[∎] sn		
• =	seq('p,'p,0,1,0.05)	=seq((s(50		
1	0	0.003183		
2	0.05	0.065841		
3	0.1	0.093080		
4	0.15	0.142707		_⊻
В	$\mathbf{sn}:=\operatorname{seq}\left(\frac{\left(\mathbf{s}(50,\mathbf{p})\right)}{50}\right)$	2 —,' p ,0,1,0.0	5	



Aufgabe: Standardabweichung

Eine entsprechende Darstellung in Graphs&Data zeigt eine Parabel, die Regression ergibt näherungsweise $y = -x^2 + x$ Bzw. nach Umformung $y = x \cdot (1 - x)$

Daher lässt sich s gut annähern durch $\sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$.

Approximiert man jetzt die Binomialverteilung durch $\frac{1}{s} \cdot \phi\left(\frac{x-\mu}{s}\right)$ mit $s = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$, so erhält man sehr gute Ergebnisse.



Dadurch wird folgende Definition motiviert:

 $V(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$ heißt Varianz und $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$ heißt Standardabweichung von X. Die experimentelle Methode hat also sehr gute Näherungswerte für Varianz und Standardabweichung geliefert. Das bestätigt ihre Eignung als Streumaße.

