

Aufgabe: Simulation – Buchung eines Fluges

Ausgebucht

Viele Fluggesellschaften verkaufen mehr Tickets als ihre Flugzeuge Plätze haben. Denn nicht immer erscheinen alle Fluggäste zum reservierten Flug. Eine Flugroute wird mit einem Flugzeug mit 195 Plätzen beschickt, es werden aber 200 Tickets verkauft. Die Tabelle zeigt eine langjährige Statistik dieser Route für ausgebuchte Flüge. Es sind nur die Fälle aufgelistet, bei denen mindestens ein Fluggast keinen Platz bekommt. In diesem Falle bezahlt ihm die Fluggesellschaft den Aufenthalt in einem Luxus-Hotel für einen Tag bis zum nächsten Flug und einen Geldbetrag als Entschädigung.

| | | | | | |
|------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| nicht erscheinende Fluggäste | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| relative Häufigkeit | 0,01 % | 0,05 % | 0,23 % | 0,76 % | 1,89 % |
| zu entschädigende Personen | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

Eine Simulation mit 500 Flügen soll darüber Auskunft geben, ob sich das für die Fluggesellschaft trotzdem lohnt.

Aufgabe: Simulation – Buchung eines Fluges

Lösungsvorschlag:

Es wird eine Funktion $w(z)$ definiert, die den Wert der zu entschädigenden Personen liefert.

Für z wird eine Zufallszahl eingesetzt, die mithilfe des Befehls `rand()` (deutsch: Zufall()) erzeugt wird.

Mit der Rechnerfunktion `seq` (deutsch: Folge) kann für diesen Vorgang eine Liste von z. B. 500 Durchführungen simuliert werden. Mit der Rechnerfunktion `sum` (MATH-3>List-6:sum, deutsch: MATH-3:Liste-6:Summe) wird die Anzahl der zu entschädigenden Personen bestimmt.

Rechnet man für einen Flug 700€ und für die Entschädigung 200€, so ist der Erwartungswert bei der Simulation in der Abbildung etwa 1,7 Millionen € Gewinn. Denn man kann in 500 Flügen 2500 Flüge zusätzlich verkaufen, muss aber nur für 22 Personen Entschädigung zahlen. Die Flugkosten müssen für diese 22 Personen abgerechnet werden, da sie ja nicht zusätzlich eingenommen werden. Auch weitere Simulationen liefern ähnliche Ergebnisse. Das Vorgehen ist also für die Fluggesellschaften sehr lukrativ, sogar unter noch ungünstigeren Annahmen.

```

F1 F2 F3 F4 F5 F6
Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
NewProb Done
5, z < 1.E-4
4, z < 6.E-4
3, z < .0029 ,else
2, z < .0105 ,else
1, z < .0294 ,else
0, else
when(z<0.0294,1,0)>>>n(z)
MAIN RAD AUTO FUNC 2/30
    
```

```

F1 F2 F3 F4 F5 F6
Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
n(rand()) 0
n(rand()) 0
n(rand()) 0
n(rand()) 0
n(rand()) 1
n(rand()) 0
n(rand()) 0
n(rand()) 0
n(rand()) 0
sum(ans(1))
MAIN RAD AUTO FUNC 9/30
    
```

```

F1 F2 F3 F4 F5 F6
Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
n(rand()) 0
n(rand()) 1
n(rand()) 0
n(rand()) 0
seq(n(rand()), x, 1, 500)
(0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0)
sum((0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0))
22
sum(ans(1))
MAIN RAD AUTO FUNC 11/30
    
```

```

F1 F2 F3 F4 F5 F6
Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
n(rand()) 1
n(rand()) 0
n(rand()) 0
seq(n(rand()), x, 1, 500)
(0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0)
sum((0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0))
22
-22*(200+700)+500*5*700 1730200
-22*(200+700)+500*5*700
MAIN RAD AUTO FUNC 12/30
    
```

```

F1 F2 F3 F4 F5 F6
Algebra Calc Other PrgmIO Clean Up
-22*(200+700)+500*5*700 1730200
-sum(seq(n(rand()), x, 1, 500):(200+700))
1726600
-sum(seq(n(rand()), x, 1, 500):(200+700))
1740100
-sum(seq(n(rand()), x, 1, 500):(200+700))
1725700
sum(seq(n(rand()), x, 1, 500))*...
MAIN RAD AUTO FUNC 15/30
    
```

Aufgabe: Simulation – Buchung eines Fluges

Simulationen werden üblicherweise so durchgeführt, dass Listen von Zufallszahlen erzeugt werden, die dann geeignet ausgewertet werden.

Bis zur Version 3.02 des Betriebssystems steht dem ClassPad noch keine leicht zu handhabende Listen-Logik zur Verfügung, so dass die Auswertung der erzeugten Zufallszahlen schwierig ist.

Der ClassPad bietet aber auch die Möglichkeit, Zufallszahlen in der implementierten Tabellenkalkulation zu erzeugen. Innerhalb der Tabellenkalkulation lassen sich diese Zufallszahlen dann leicht auswerten. Diese Lösung hat außerdem den Vorteil, dass sie ohne weiteres auf andere Tabellenkalkulationen übertragen werden kann.

Lösungsvorschlag mit Tabellenkalkulation

Für die Simulation von 500 Flügen muss man sich zunächst überlegen, dass eine mit rand erzeugte Zufallszahl mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,0001 zwischen 0 und 0,0001 liegt, dieser Bereich also den Sektor eines Glücksrades repräsentiert, der mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,0001 getroffen wird. Ein zweiter Sektor, der mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,0005 getroffen wird, kann durch den Bereich zwischen 0,0001 und 0,0006 repräsentiert werden, u.s.w. Um die Rechenzeit des ClassPad zu verringern werden zunächst nur 100 Flüge simuliert. Entsprechend der Bildfolge unten kann man in der Spalte A 100 Zufallszahlen zwischen 0 und 1 erzeugen.

The first screenshot shows the 'Mit Wert füllen' (Fill with value) menu option selected in the 'Edit' menu. The second screenshot shows the 'Mit Wert füllen' dialog box with the formula '=rand()' and the range 'A1:A100' entered. The third screenshot shows the resulting table with 100 random numbers generated in column A.

| | A | B | C |
|----|--------|---|---|
| 1 | 0.6906 | | |
| 2 | 0.3742 | | |
| 3 | 0.6004 | | |
| 4 | 0.6124 | | |
| 5 | 0.9662 | | |
| 6 | 0.7349 | | |
| 7 | 0.7793 | | |
| 8 | 0.0451 | | |
| 9 | 0.3650 | | |
| 10 | 0.8059 | | |
| 11 | 0.4413 | | |
| 12 | 0.0694 | | |
| 13 | 0.5890 | | |
| 14 | 0.1414 | | |
| 15 | 0.0400 | | |

Aufgabe: Simulation – Buchung eines Fluges

Diese Simulation muss jetzt ausgewertet werden. Dies geschieht mit der Funktion cellif. In der Spalte B füllen wir gemäß der nebenstehenden Abbildung den Bereich B1:B100 mit der Formel „= cellif(Axxx<0.0001,1,0)“. (Dabei steht xxx für die aktuelle Zeilen-Nummer.) Dadurch wird in der Spalte B eine Indikatorliste erzeugt, die anzeigt, ob bei einem Flug 5 Personen überbucht wurden.

Für die Überbuchung von 4 Personen erzeugen wir in der Spalte C die Indikatorliste gemäß der nebenstehenden Abbildung.

Die eingegebene Formel lautet hier:
=cellif(0.0001<A1<0.0006,1,0)

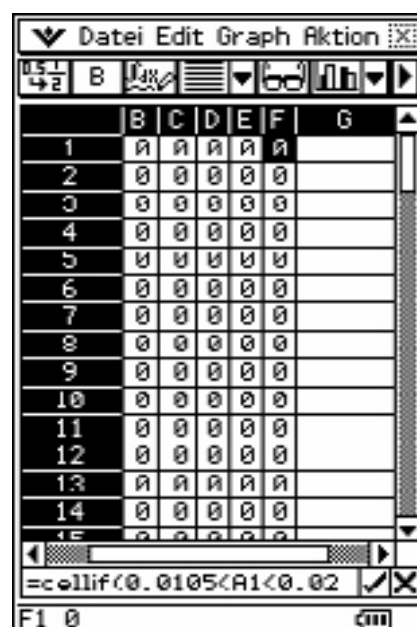
Entsprechend werden 100 Zeilen der Spalten D, E und F mit folgenden Formeln ausgefüllt:

Spalte D: =cellif(0.0006<A1<0.0029,1,0)

Spalte E: =cellif(0.0029<A1<0.0105,1,0)

Spalte F: =cellif(0.0105<A1<0.0294,1,0)

Mithilfe des Stiftes kann die Breite der Spalten an die Platzbedürfnisse angepasst werden.



Aufgabe: Simulation – Buchung eines Fluges

Die Summe der Zahlen in Spalte B gibt an, bei wie vielen Flügen 5 Personen überbucht wurden. In G1 kann daher die Anzahl der in diesen Fällen zu entschädigenden Personen entsprechend der nebenstehenden Abbildung berechnet werden. Entsprechend legt man in G2 die Anzahl der Personen, wie in den Fällen, bei denen 4 Personen überbucht wurden, usw.

| | C | D | E | F | G |
|----|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 12 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 13 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 14 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 15 | 0 | 0 | 0 | 0 | |

Formula bar: $=\text{sum}(B1:B100) \cdot 5$
G1: 0

In G7 wird zunächst mit $\text{sum}(G1:G5)$ die Gesamtzahl der zu entschädigenden Personen ermittelt.

Diese wird mit (-900) multipliziert, weil die betreffenden Personen außer der Entschädigung von 200 Euro natürlich auch den bezahlten Flugpreis rückerstattet bekommen, und schließlich $100 \cdot 5 \cdot 700$ hinzuaddiert, weil bei 100 Flügen 5 Personen überbucht wurden und den Flugpreis bezahlt hatten.

Man sieht, dass bei dieser Simulation von 100 Flügen die Fluggesellschaft durch die Überbuchung einen Gewinn von 345 500 Euro machen würde.

Mit **Datei / Neuberechn.** lässt sich eine weitere Simulation erzeugen.

| | C | D | E | F | G |
|----|---|---|---|---|--------|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 345500 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 12 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 13 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 14 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 15 | 0 | 0 | 0 | 0 | |

Formula bar: $=\text{sum}(G1:G5) \cdot (-900) + 10$
G7: 345500

Die Tabelle lässt sich jetzt leicht auf 300 oder mehr Flüge erweitern.

Dabei sollte man bei der Neuberechnung der Tabelle etwas Geduld aufbringen.

In der nebenstehenden Abbildung wurden 300 Flüge simuliert.

Dabei erzielte die Fluggesellschaft einen Gewinn von über einer Million Euro.

| | D | E | F | G |
|----|---|---|---|---------|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 1044600 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | |
| 11 | 0 | 0 | 0 | |
| 12 | 0 | 0 | 0 | |
| 13 | 0 | 0 | 0 | |
| 14 | 0 | 0 | 0 | |
| 15 | 0 | 0 | 0 | |

Formula bar: $= -G7 \cdot 900 + 300 \cdot 5 \cdot 700$
G9: 1044600

Eine Simulation von über 300 Flügen scheitert an nicht ausreichendem Systemspeicher.

Aufgabe: Simulation – Buchung eines Fluges

Lösungsvorschlag ohne Tabellenkalkulation

Zunächst wird eine Methode vorgestellt, in einer Liste von Zufallszahlen herauszufinden, wie viele kleiner als z. B. 0.6 sind.

Die Liste der Zufallszahlen – in diesem Fall 10 Zufallszahlen zwischen 0 und 1 – wird mit `randList(10,1,6)` erzeugt und in einer Variablen abgelegt.

`0.6 – list` erzeugt eine Liste, deren Elemente negativ sind, falls das entsprechende Element der Liste `list` größer als 6 ist, deren Elemente positiv sind, falls das entsprechende Element der Liste `list` kleiner als 0.6 ist. (Es wird darauf vertraut, dass in der Liste `list` die Zahl 0.6 nicht vorkommt.)

Die Liste `0.6 – list` wird der Heavyside-Funktion zur Auswertung übergeben.

Diese Funktion erzeugt eine 0-1-Liste, die überall dort, wo die Liste `list` eine Zahl hat, die kleiner als 0.6 ist, eine 1 hat.

Mit dem Sum-Befehl wird schließlich gezählt, wie oft die 1 vorkommt bzw. wie viele Zahlen, die kleiner als 0.6 sind, die Liste `list` enthält.

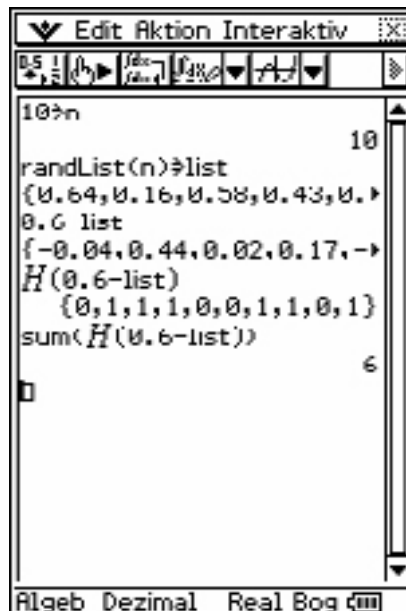
Für die Simulation von zunächst 100 Flügen muss man sich zunächst überlegen, dass eine Zufallszahl mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,0001 zwischen 0 und 0,0001 liegt, dieser Bereich also den Sektor eines Glücksrades repräsentiert, der mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,0001 getroffen wird.

Ein zweiter Sektor, der mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,0005 getroffen wird, kann durch den Bereich zwischen 0,0001 und 0,0006 repräsentiert werden.

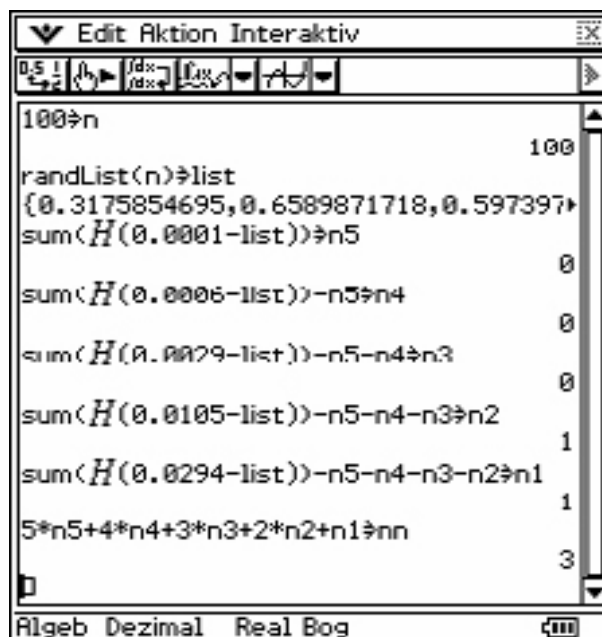
Es werden daher zunächst 100 Zufallszahlen erzeugt und die Anzahl der Ergebnisse unter 0,0001 in der Variablen `n5` abgespeichert, weil in diesen Fällen 5 Personen entschädigt werden müssen.

Von der Anzahl der Ergebnisse unter 0,0006 wird `n5` subtrahiert und die Anzahl der Fälle erhalten, bei denen 4 Personen entschädigt werden müssen usw. Die Gesamtzahl der Personen, die entschädigt werden müssen, wird in die Variable `nn` gelegt.

Jetzt kann man experimentieren und die Anzahl `n` der Simulationen erhöhen.



```
▼ Edit Aktion Interaktiv
0.5 1 | (h) | (d) | (v) | (A) | (v)
10→n
randList(n)→list
{0.64,0.16,0.58,0.43,0.
0.6 list
{-0.04,0.44,0.02,0.17,->
H(0.6-list)
{0,1,1,1,0,0,1,1,0,1}
sum(H(0.6-list))
6
```



```
▼ Edit Aktion Interaktiv
0.5 1 | (h) | (d) | (v) | (A) | (v)
100→n
randList(n)→list
{0.3175854695,0.6589871718,0.597397>
sum(H(0.0001-list))→n5
sum(H(0.0006-list))-n5→n4
sum(H(0.0029-list))-n5-n4→n3
sum(H(0.0105-list))-n5-n4-n3→n2
sum(H(0.0294-list))-n5-n4-n3-n2→n1
5*n5+4*n4+3*n3+2*n2+n1→nn
3
```

Aufgabe: Simulation – Buchung eines Fluges

Eine Simulation von 450 Flügen führt zu der Meldung „Unzureichender Speicher“.

Bei 400 Flügen wurde das nebenstehende Ergebnis erhalten.

Rechnet man für einen Flug 700€ und für die Entschädigung 200€, so ist der Erwartungswert bei der Simulation in der Abbildung
 $-12 \cdot (200 + 700) + 400 \cdot 5 \cdot 700 = 1389200$ also etwa 1,3 Millionen € Gewinn.

Denn man kann in 400 Flügen 2000 Flüge zusätzlich verkaufen, muss aber nur für 12 Personen Entschädigung zahlen. Die Flugkosten müssen für diese 12 Personen abgerechnet werden, da sie nicht zusätzlich eingenommen werden.

```

400→n
randList(n)→list
(0.5256470646, 0.8536680)
sum(H(0.0001-list))→n5
0
sum(H(0.0006-list))→n5→1
sum(H(0.0029-list))→n5→0
sum(H(0.0105-list))→n5→1
sum(H(0.0294-list))→n5→6
5*n5+4*n4+3*n3+2*n2+n1→12
  
```

Auch weitere Simulationen liefern ähnliche Ergebnisse.

Das Vorgehen ist also für die Fluggesellschaften sehr lukrativ, sogar unter noch ungünstigeren Annahmen.

