Kapitel XIV

Checkliste

	Das kann ich gut.	Da bin ich fast sicher.	Ich bin noch unsicher.	Das kann ich noch nicht.
1. Ich kann Wahrscheinlichkeiten bei mehrstufigen Zufallsexperimenten an einem Baumdiagramm bestimmen.				
2. Ich weiß, was eine Zufallsgröße ist und kann ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung bestimmen.				
3. Ich kann die Kenngrößen Erwartungswert und Standardabweichung einer Zufallsgröße bestimmen.				
4. Ich weiß, was Binomialkoeffizienten sind.				
5. Ich kann Exponentialgleichungen wie $2^x = 5$ lösen.				

Aufgaben

Die Aufgaben 1–5 beziehen sich auf die Punkte 1–5 der Checkliste.

1 Aus der Schale in Fig. 1 werden drei Kugeln mit Zurücklegen gezogen. Zeichnen Sie ein Baumdiagramm und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis, dass zwei oder drei rote Kugeln gezogen werden.

2 Aus der Schale in Fig. 1 werden drei Kugeln mit Zurücklegen gezogen. Die Zufallsgröße X zählt, wie viele rote Kugeln dabei sind.
Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X an.

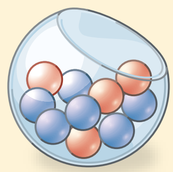


Fig. 1

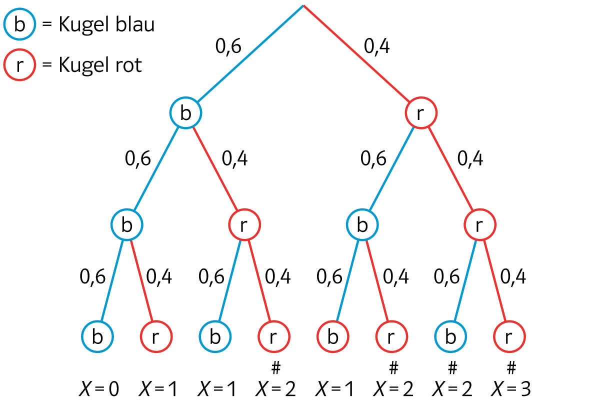
3 Bestimmen Sie für die Zufallsgröße X aus Aufgabe 2 den Erwartungswert und die Standardabweichung.

4 Aus einem Kurs mit 18 Schülern werden drei Freiwillige gesucht, die beim Schulfest helfen. Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Zusammensetzung der Dreiergruppe?

5 Lösen Sie die Gleichung $0{,}95^x = 0{,}1$.

Kapitel XIV, Check-in

1



Alle Ergebnisse mit mindestens zwei roten Kugeln sind in Fig. 1 durch „#" markiert; zugehörige Wahrscheinlichkeit nach Pfad- und Summenregel:
$0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6 + 0{,}4 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4 + 0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 + 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4$
$= 0{,}288 + 0{,}064 = 0{,}352$

2
Die zu X gehörigen Ergebnisse sind im Baumdiagramm in Fig. 1 entsprechend bezeichnet. Man erhält mit Pfad- und Summenregel die Wahrscheinlichkeit für 1 rote Kugel:
$0{,}6 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4 + 0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6 + 0{,}4 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}6 = 3 \cdot 0{,}6^2 \cdot 0{,}4 = 0{,}432$
Entsprechend berechnet man die Wahrscheinlichkeiten für die anderen Werte von X:

r	0	1	2	3
P(X = r)	0,216	0,432	0,288	0,064

3 $\mu = 0 \cdot 0{,}216 + 1 \cdot 0{,}432 + 2 \cdot 0{,}288 + 3 \cdot 0{,}064 = 1{,}2$
$\sigma^2 = (0 - 1{,}2)^2 \cdot 0{,}216 + (1 - 1{,}2)^2 \cdot 0{,}432 + (2 - 1{,}2)^2 \cdot 0{,}288$
$+ (3 - 1{,}2)^2 \cdot 0{,}064$
$= 0{,}72$
$\sigma \approx 0{,}85$

4
Das Problem entspricht einer Ziehung ohne Zurücklegen von drei Kugeln aus einer Urne mit 18 nummerierten Kugeln. Diese Anzahl kann man mit dem Binomialkoeffizienten $\binom{18}{3}$ berechnen.
Mit dem Taschenrechner erhält man $\binom{18}{3} = 816$.
Es gibt also 816 Möglichkeiten für die Zusammensetzung der Dreiergruppe.

5
$0{,}95^x = 0{,}1$
$\log 0{,}95^x = \log 0{,}1$
$x \cdot \log 0{,}95 = \log 0{,}1$
$x = \frac{\log 0{,}1}{\log 0{,}95}$
$x \approx 44{,}9$