

## Kapitel X

### Checkliste

	Das kann ich gut.	Da bin ich fast sicher.	Ich bin noch unsicher.	Das kann ich noch nicht.
1. Ich kann den Abstand zweier Punkte bestimmen.				
2. Ich kann den Betrag eines Vektors bestimmen und Einheitsvektoren berechnen.				
3. Ich kann zu zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ einen Vektor $\vec{n}$ finden, der zu diesen beiden Vektoren orthogonal ist.				
4. Ich kann aus einem Punkt und einem Normalenvektor eine Normalen- und eine Koordinatengleichung der zugehörigen Ebene aufstellen.				
5. Ich kann eine Parametergleichung in eine Koordinatengleichung umwandeln.				

### Aufgaben

1 Bestimmen Sie den Abstand der Punkte A und B.

- a)  $A(0|0|0)$ ,  $B(2|1|3)$       b)  $A(2|-1|5)$ ,  $B(-1|-7|9)$       c)  $A(3|3|3)$ ,  $B(-5|1|8)$

2 Berechnen Sie die Beträge der Vektoren. Bestimmen Sie auch jeweils den zugehörigen Einheitsvektor.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}; \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}; \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; \vec{d} = \begin{pmatrix} 0,2 \\ 0,2 \\ 0,1 \end{pmatrix}; \vec{e} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{3} \\ \sqrt{5} \end{pmatrix}; \vec{f} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}; \vec{g} = 0,1 \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3 Bestimmen Sie alle Vektoren, die sowohl zum Vektor  $\vec{a}$  als auch zum Vektor  $\vec{b}$  orthogonal sind.

- a)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ;  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$       b)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ ;  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$       c)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ ;  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

4 Bestimmen Sie eine Normalen- und eine Koordinatengleichung der Ebene, die durch den Punkt P geht und den Vektor  $\vec{n}$  als Normalenvektor hat.

- a)  $P(1|2|1)$ ;  $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$       b)  $P(0|0|-3)$ ;  $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$       c)  $P(0|0|0)$ ;  $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

5 Gegeben ist eine Gleichung der Ebene E in Parameterform. Bestimmen Sie für E eine Normalengleichung und eine Koordinatengleichung.

- a)  $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$       b)  $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$

Die Aufgaben 1–5 beziehen sich auf die Punkte 1–5 der Checkliste.

# Lösungen zu den Check-in-Aufgaben

## Kapitel X, Check-in

1

a)  $\sqrt{14} \approx 3,74$       b)  $\sqrt{61} \approx 7,81$       c)  $\sqrt{93} \approx 9,64$

2

$|\vec{a}| = \sqrt{5}$ ;  $|\vec{b}| = \sqrt{14}$ ;  $|\vec{c}| = 1$ ;  $|\vec{d}| = 0,3$ ;  $|\vec{e}| = \sqrt{10}$ ;  $|\vec{f}| = \frac{\sqrt{26}}{4}$ ;  
 $|\vec{g}| = \frac{1}{2}$

$\vec{a}_0 = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ ;  $\vec{b}_0 = \frac{1}{\sqrt{14}} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ;  $\vec{c}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{c}$ ;

$\vec{d}_0 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ;  $\vec{e}_0 = \frac{1}{\sqrt{10}} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{3} \\ \sqrt{5} \end{pmatrix}$ ;  $\vec{f}_0 = \frac{1}{\sqrt{26}} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ ;  $\vec{g}_0 = 0,2 \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

3

a)  $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4t \\ 2t \end{pmatrix}$        $t \in \mathbb{R}$

b)  $\vec{n} = t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$        $t \in \mathbb{R}$

c)  $\vec{n} = t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$        $t \in \mathbb{R}$

4

a) E:  $\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} = 0$

E:  $2x_1 - x_2 + 5x_3 = 5$

b) E:  $\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = 0$

E:  $3x_3 = -9$ ;  $x_3 = -3$

c) E:  $\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$

E:  $x_1 - x_3 = 0$

5

a) E:  $\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} -10 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} = 0$

E:  $-10x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -1$

b) E:  $\left[ \vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} -29 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix} = 0$

E:  $-29x_1 + 7x_2 - 3x_3 = -44$