

Kapitel IX

Checkliste

	Das kann ich gut.	Da bin ich fast sicher.	Ich bin noch unsicher.	Das kann ich noch nicht.
1. Ich kann lineare Gleichungssysteme mit dem Gauß-Algorithmus lösen.				
2. Ich kann Punkte und Vektoren ins dreidimensionale Koordinatensystem eintragen.				
3. Ich kann an den Koordinaten erkennen, ob zwei Vektoren zueinander parallel sind.				
4. Ich kann Linearkombinationen von Vektoren berechnen.				
5. Ich kann eine Parameterform einer Geraden bestimmen.				
6. Ich kann die gegenseitige Lage von Geraden bestimmen.				

Aufgaben

1 Bestimmen Sie die Lösung des linearen Gleichungssystems.

a) $x_1 + x_2 + x_3 = 9$
 $x_2 + x_3 = 3$
 $-x_3 = 1$

b) $3x_1 - 4x_2 - x_3 = 2$
 $2x_1 + 3x_2 - x_3 = 13$
 $5x_1 - 9x_2 - x_3 = -2$

c) $3x_1 + 2x_2 - x_3 = 11$
 $x_1 + x_2 = 2$
 $-x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -7$

Die Aufgaben 1–6 beziehen sich auf die Punkte 1–6 der Checkliste.

2 a) Zeichnen Sie $A(2|3|4)$, $B(-2|0|1)$, $C(3|-1|0)$, $D(0|0|3)$ in ein Koordinatensystem.

b) Tragen Sie die Ortsvektoren von A und B sowie den Vektor \vec{AB} in ein Koordinatensystem ein.

(1) $A(1|0|1)$, $B(3|4|1)$

(2) $A(4|2|0)$, $B(3|3|3)$

(3) $A(-1|2|3)$, $B(2|-2|4)$

(4) $A(4|2|-1)$, $B(5|-1|-3)$

3 Welche der Vektoren sind zueinander parallel?

$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -8 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$

4 Berechnen Sie.

a) $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

c) $2 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

5 a) Geben Sie zwei verschiedene Parametergleichungen der Geraden g an, die durch A und B geht.

(1) $A(7|-3|-5)$, $B(2|0|3)$

(2) $A(0|0|0)$, $B(-6|13|25)$

b) Geben Sie eine Parametergleichung derjenigen Geraden an, die durch die Raumdiagonale in Fig. 1 verläuft. Legen Sie hierzu ein geeignetes Koordinatensystem fest.

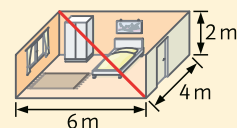


Fig. 1

6 Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Geraden g und h.

a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}, h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

c) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}, h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ d) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}, h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix}$

Lösungen zu den Check-in-Aufgaben

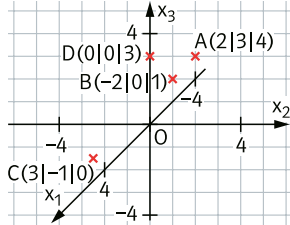
Kapitel IX, Check-in

1

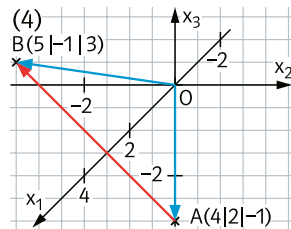
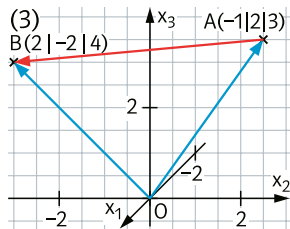
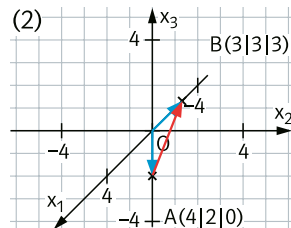
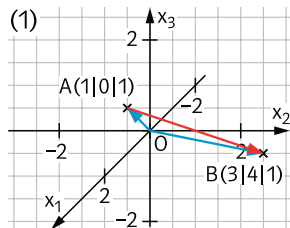
- a) $L = \{(6; 4; -1)\}$ b) $L = \{ \}$ c) $L = \{(5; -3; -2)\}$

2

a)



b)



3

Die Vektoren $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} -6 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$; und $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} -8 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ sind zueinander parallel.

4

- a) $\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 14 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 3 \\ 17 \\ 15 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

5

a) (1) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \\ -5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix}$ oder $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ -6 \\ -16 \end{pmatrix}$

(2) $g: \vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 13 \\ 25 \end{pmatrix}$ oder $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ -13 \\ -25 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -12 \\ 26 \\ 50 \end{pmatrix}$

b) z.B. Koordinatenursprung in der „vorderen rechten“ Ecke.
Dann ist der Stützvektor der Geraden der Nullvektor.

Gerade $g: \vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

6

- a) g und h sind zueinander windschief.
b) g und h sind identisch.
c) g und h schneiden sich in dem Punkt $S(3|3|9)$.
d) g und h sind zueinander parallel und haben keine gemeinsamen Punkte.