Check-out Kapitel I

Auf diesen Seiten können Sie alle grundlegenden Inhalte des Kapitels wiederholen.

	Checkliste	☺	😐	☹	Wiederholung
1.	Ich kann zu einer gegebenen Funktion f Funktionswerte berechnen, eine Wertetabelle erstellen und den zugehörigen Graphen skizzieren.	☐	☐	☐	Beispiel, Seite 7
2.	Ich kann den Funktionsterm von Grundfunktionen so verändern, dass der zugehörige Graph in x-Richtung bzw. y-Richtung verschoben oder in y-Richtung gestreckt wird.	☐	☐	☐	Beispiel 1, Seite 11
3.	Ich kann die Graphen von Funktionen skizzieren, die gegenüber den Graphen von Grundfunktionen verschoben oder gestreckt sind.	☐	☐	☐	Beispiel 2, Seite 11
4.	Ich kann das Verhalten einer ganzrationalen Funktion für $x \to \pm\infty$ am Funktionsterm erkennen.	☐	☐	☐	Beispiel 2, Seite 18
5.	Ich kann am Funktionsterm einer ganzrationalen Funktion ablesen, ob der zugehörige Graph achsensymmetrisch zur y-Achse oder punktsymmetrisch zum Ursprung ist.	☐	☐	☐	Beispiel 2, Seite 21
6.	Ich kann rechnerisch ermitteln, ob der Graph einer Funktion achsensymmetrisch zur y-Achse oder punktsymmetrisch zum Ursprung ist.	☐	☐	☐	Beispiel 3, Seite 21
7.	Ich kann Nullstellen von ganzrationalen Funktionen berechnen.	☐	☐	☐	Merkkasten, Seite 23
8.	Ich kann einen möglichen Funktionsterm einer ganzrationalen Funktion in Linearfaktordarstellung angeben, wenn die Nullstellen bekannt sind.	☐	☐	☐	Merkkasten, Seite 27 Rückblick, Seite 32

Kontrollieren Sie Ihre Ergebnisse selbst. Die Lösungen finden Sie auf den nächsten Seiten.

1 Funktionswerte berechnen, Wertetabelle aufstellen, Graph skizzieren

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 2^x - 4$.

a) Berechnen Sie $f(0)$, $f(-1)$ und $f(3)$.

b) Erstellen Sie eine Wertetabelle für $-2 \le x \le 3$ und zeichnen Sie den Graphen von f.

2 Graphen zu Grundfunktionen verschieben und strecken

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3$. Geben Sie den Funktionsterm einer Funktion g an, deren Graph aus dem Graphen der Funktion f wie angegeben hervorgeht.

a) Verschiebung um 4 in y-Richtung und um 2 in x-Richtung

b) Streckung mit dem Faktor 3 in y-Richtung und Verschiebung um -1 in x-Richtung

c) Spiegelung an der x-Achse

3 Graphen skizzieren, die gegenüber Graphen von Grundfunktionen verschoben oder gestreckt sind

Skizzieren Sie den Graphen der Funktion g mit $g(x) = \frac{-1}{(x-3)^2} + 2$ und beschreiben Sie Ihr Vorgehen.

4 Verhalten einer ganzrationalen Funktion für $x \to \pm\infty$ beschreiben

Bestimmen Sie das Verhalten von f für $x \to \pm\infty$.

a) $f(x) = 4x^9 - 3x^2 + 3$

b) $f(x) = 0{,}5x^3 - 4x^8 - 2x$

5 Am Funktionsterm Symmetrieeigenschaften des zugehörigen Graphen ablesen

Untersuchen Sie den Graphen der Funktion f auf Symmetrie.

a) $f(x) = -2x^8 + 3x^4 + 6$

b) $f(x) = 32x^3 + 22x - 1$

c) $f(x) = x^7 - 2x^3 + 5x$

Autor: Rüdiger Sandmann

6 Einen Funktionsterm auf Symmetrie des zugehörigen Graphen untersuchen

Untersuchen Sie den Graphen der Funktion f mit $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 2}$ auf Symmetrie.

7 Nullstellen ganzrationaler Funktion berechnen

Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion f.

a) $f(x) = x^2 - 7x + 10$
b) $f(x) = 9x^2 - 81$
c) $f(x) = x^2(x - 4)$
d) $f(x) = x^3 - 3x^2$
e) $f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$
f) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$

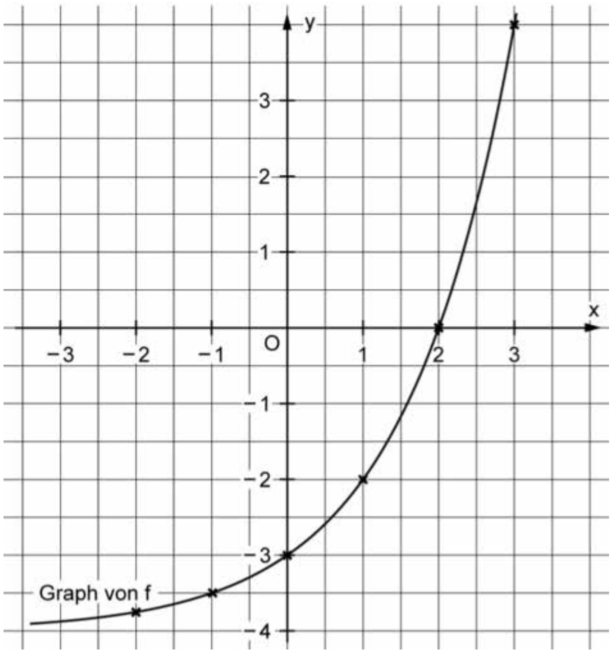
8 Funktionsterm in Linearfaktordarstellung angeben

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = (x - a)^2(x - b)$. Bestimmen Sie die Parameter a und b so, dass

a) die Funktion bei $x = 1$ eine einfache und bei $x = -2$ eine doppelte Nullstelle hat,
b) der Graph der Funktion die x-Achse an der Stelle $x = -5$ schneidet und bei $x = 3$ berührt.

Autor: Rüdiger Sandmann

Check-out Kapitel I – Lösungen



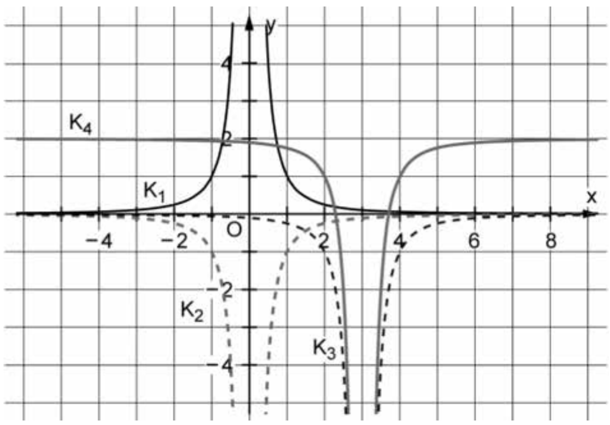
1 a) $f(0) = 2^0 - 4 = 1 - 4 = -3$
$f(-1) = 2^{-1} - 4 = 0{,}5 - 4 = -3{,}5$
$f(3) = 2^3 - 4 = 8 - 4 = 4$

b)

x	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	−3,75	−3,5	−3	−2	0	4

Graph von f: vgl. Abbildung rechts.

2 a) $g(x) = (x-2)^3 + 4$
b) $g(x) = 3(x+1)^3$
c) $g(x) = -x^3$



3 1. Schritt: Skizzieren des Graphen von f mit $f(x) = \frac{1}{x^2}$ (K_1).
2. Schritt: Spiegeln von K_1 an der x-Achse (K_2).
3. Schritt: Verschieben von K_2 um 3 in x-Richtung (K_3).
4. Schritt: Verschieben von K_3 um 2 in y-Richtung (K_4).
K_4 ist der Graph von g.

4 a) $f(x) \to +\infty$ für $x \to +\infty$ und $f(x) \to -\infty$ für $x \to -\infty$.
b) $f(x) \to -\infty$ für $x \to +\infty$ und $f(x) \to -\infty$ für $x \to -\infty$.

5 a) Der Graph ist achsensymmetrisch zur y-Achse (alle Hochzahlen der Potenzen von x gerade).
b) Der Graph ist weder achsensymmetrisch zur y-Achse noch punktsymmetrisch zum Ursprung.
c) Der Graph ist punktsymmetrisch zum Ursprung (alle Hochzahlen der Potenzen von x ungerade).

6 Es gilt $f(-x) = \frac{2(-x)}{(-x)^2 - 2} = \frac{-2x}{x^2 - 2} = -\frac{2x}{x^2 - 2} = -f(x)$.

Der Graph der Funktion f ist punktsymmetrisch zum Ursprung.

Autor: Rüdiger Sandmann

7 a) $x^2 - 7x + 10 = 0$. Mithilfe der Lösungsformel erhält man $x_1 = 2$ und $x_2 = 5$.
b) $9x^2 - 81 = 0$. Auflösen führt zu $x_1 = -3$ und $x_2 = 3$.
c) $x^2(x - 4) = 0$. Mit dem Satz vom Nullprodukt erhält man $x_1 = 0$ und $x_2 = 4$.
d) $x^3 - 3x^2 = 0$. Ausklammern führt zu $x^2(x - 3) = 0$ sowie $x_1 = 0$ und $x_2 = 3$.
e) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$. Substitution $x^2 = z$: $z^2 - 13z + 36 = 0$. Mithilfe der Lösungsformel erhält man $z_1 = 4$ und $z_2 = 9$. Rücksubstitution ergibt $x_1 = -2$, $x_2 = 2$, $x_3 = -3$ und $x_4 = 3$.
f) $x^3 - 5x^2 + 6x = 0$. Ausklammern führt zu $x(x^2 - 5x + 6) = 0$. Mit dem Satz vom Nullprodukt folgt $x_1 = 0$ und $x^2 - 5x + 6 = 0$. Anwenden der Lösungsformel ergibt $x_2 = 2$ und $x_3 = 3$.

8 a) $a = -2$ und $b = 1$: $f(x) = (x + 2)^2(x - 1)$
b) $a = 3$ und $b = -5$: $f(x) = (x - 3)^2(x + 5)$

Autor: Rüdiger Sandmann