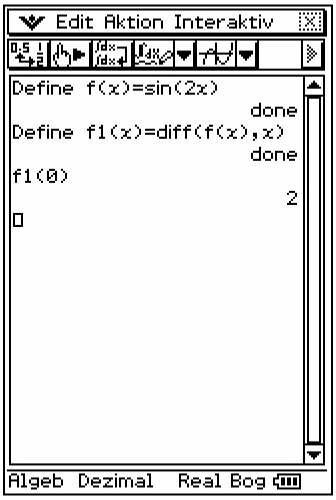
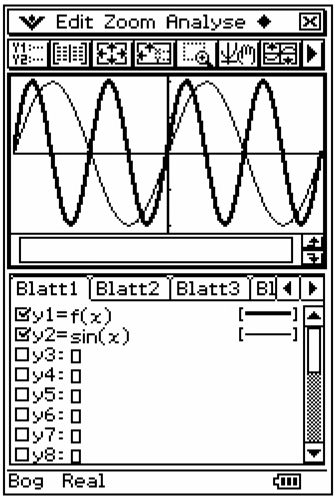
Aufgabe: Innere Ableitung

Lösungsvorschlag:

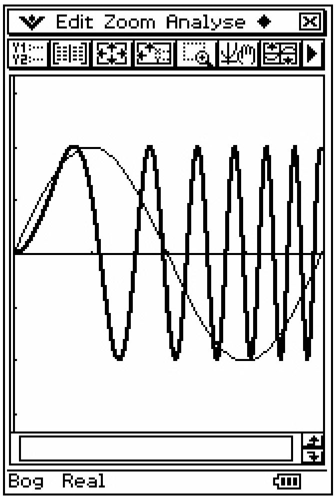
Die Funktion wird eingegeben und die Ableitung bestimmt.
Die innere Ableitung ist 2.
Da $\cos(0) = 1$, ist das auch die Ableitung bei $x = 0$.



Die Steigung des Graphen von f bei $x = 0$ ist also 2.
Wieso das so ist, lässt sich auch ohne Ableitung an der Abbildung erkennen:
Der Graph von f (dick gezeichnet) ist gegenüber dem von $\sin(x)$ „auf die Hälfte zusammengeschoben“, also ist die Steigung verdoppelt.
Das ist in diesem Falle die Wirkung der Verkettung von sin mit $2x$.



Im Falle der Funktion g sind zunächst die Graphen der Funktionen $\sin(x)$ und $g(x)$ (fett) gezeichnet.
Es wird nur der Bereich $x > 0$ betrachtet.
Da x^2 für $x < 1$ kleiner ist als x, wird in diesem Bereich die Sinuskurve etwas auseinandergezogen und die Kurve in diesem Bereich flacher.
Bei $x = 0$ ist die Steigung sogar 0.
Da x^2 für $x > 1$ aber größer als x ist und dieser Unterschied auch mit wachsendem x noch zunimmt, wird in diesem Bereich die Sinuskurve immer mehr zusammengedrückt und die Kurve in den Nullstellen immer steiler. Das wird durch die innere Ableitung $2x$ widergespiegelt.



Aufgabe: Innere Ableitung

Im Falle der Funktion h sind zunächst die Graphen der Funktionen sin (x) und h (x) (fett) gezeichnet.
Es ist nur der Bereich $x > 0$ zulässig.
Da $\sqrt{x}$ für $x < 1$ größer ist als x, wird in diesem Bereich die Sinuskurve zusammengeschoben und die Kurve in diesem Bereich steiler.
Bei $x = 0$ ist die Steigung sogar „∞".
Da $\sqrt{x}$ für $x > 1$ aber kleiner als x ist und dieser Unterschied auch mit wachsendem x noch zunimmt, wird in diesem Bereich die Sinuskurve immer mehr auseinandergeschoben und die Kurve daher immer flacher. Das wird durch die innere Ableitung $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ widergespiegelt.