

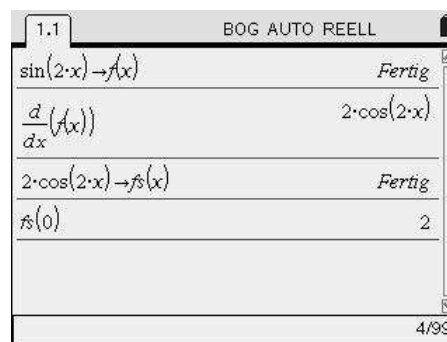
## Aufgabe: Innere Ableitung

### Lösungsvorschlag:

Man verwendet ein Rechenfenster (home - 1: Calculator).

Die Funktion wird eingegeben und die Ableitung bestimmt. Die innere Ableitung ist 2.

Da  $\cos(0) = 1$ , ist das auch die Ableitung bei  $x = 0$ .

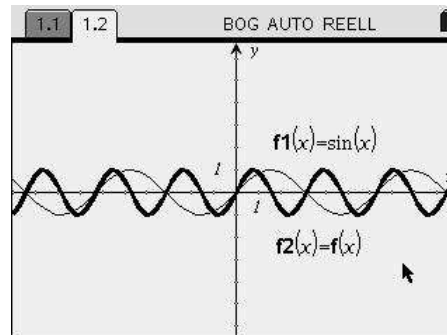


Die Steigung des Graphen von  $f$  bei  $x = 0$  ist also 2.

Wieso das so ist, lässt sich auch ohne Ableitung an der Abbildung erkennen. Dazu wird ein Zeichenfenster geöffnet (home - 2: Graphs & Geometry) und der Graph der Sinusfunktion als  $f_1$  und der Graph von  $f$  als  $f_2$  eingegeben.

Der Graph von  $f$  (dick gezeichnet) ist gegenüber dem von  $\sin(x)$  "auf die Hälfte zusammengeschoben", also ist die Steigung verdoppelt.

Das ist in diesem Falle die Wirkung der Verkettung von  $\sin$  mit  $2x$ .



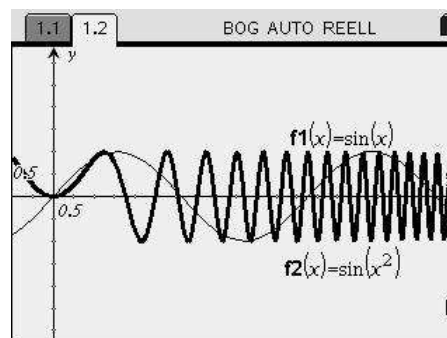
Im Falle der Funktion  $g$  sind zunächst die Graphen der Funktionen  $\sin(x)$  und  $g(x)$  (fett) gezeichnet.

Es wird nur der Bereich  $x > 0$  betrachtet.

Da  $x^2$  für  $x < 1$  kleiner ist als  $x$ , wird in diesem Bereich die Sinuskurve etwas auseinandergezogen und die Kurve in diesem Bereich flacher.

Bei  $x = 0$  ist die Steigung sogar 0.

Da  $x^2$  für  $x > 1$  aber größer als  $x$  ist und dieser Unterschied auch mit wachsendem  $x$  noch zunimmt, wird in diesem Bereich die Sinuskurve immer mehr zusammengedrückt und die Kurve in den Nullstellen immer steiler. Das wird durch die innere Ableitung  $2x$  widergespiegelt.



Im Falle der Funktion  $h$  sind zunächst die Graphen der Funktionen  $\sin(x)$  und  $h(x)$  (fett) gezeichnet.

Es ist nur der Bereich  $x > 0$  zulässig.

Da  $\sqrt{x}$  für  $x < 1$  größer ist als  $x$ , wird in  $x$  diesem Bereich die Sinuskurve zusammengeschoben und die Kurve in diesem Bereich steiler. Bei  $x = 0$  ist die Steigung sogar „ $\infty$ “.

Da  $\sqrt{x}$  für  $x > 1$  aber kleiner als  $x$  ist und dieser Unterschied auch mit wachsendem  $x$  noch zunimmt, wird in diesem Bereich die Sinuskurve immer mehr auseinandergezogen und die Kurve daher immer flacher. Das wird durch die innere Ableitung  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$  widergespiegelt.

