Basiswissen

Formen der Geradengleichung

Hauptform der Geradengleichung

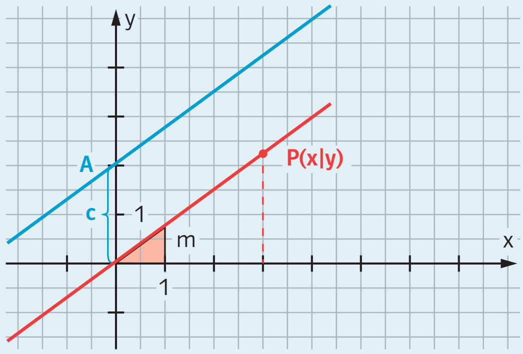
Geht eine Gerade g mit der Steigung m durch den Ursprung O(0|0), so gilt für die Koordinaten jedes von O verschiedenen Punktes P(x|y) auf g: $m = \frac{y-0}{x-0}$.

Hieraus folgt: $y = m \cdot x$.

Eine Gerade, die durch einen beliebigen Punkt A(0|c) der y-Achse verläuft, entsteht durch eine Verschiebung um c aus der Ursprungsgeraden.

Man erhält: $y = m \cdot x + c$.

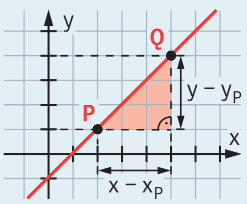
(Hauptform der Geradengleichung)



Sonderfälle: (Geraden parallel zu den Koordinatenachsen)

a) Parallele zur x-Achse: $y = c$

b) Parallele zur y-Achse: $x = a$



Punkt-Steigungs-Form

Von einer Geraden g sind **ein Punkt P(x_P|y_P)** und die **Steigung m** bekannt.

Dann kann die Formel für die Steigung mithilfe des Punktes P und eines weiteren allgemeinen Punktes Q(x|y) aufgestellt werden: $m = \frac{y-y_P}{x-x_P}$, was nach y aufgelöst den Ansatz $y = m \cdot (x - x_P) + y_P$ ergibt. Anschließendes Ausmultiplizieren ergibt die Hauptform.

Zwei-Punkte-Form

Von einer Geraden g sind zwei Punkte P(x_P|y_P) und Q(x_Q|y_Q) mit $x_P \neq x_Q$ bekannt.

Man erhält die Steigung durch

$m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}$, die in den Ansatz $y = m \cdot (x - x_P) + y_P$

eingesetzt wird.

Anschließendes Ausmultiplizieren liefert die Hauptform.

Beispiel 1 Hauptform der Geradengleichung, Zeichnen

a) Schreiben Sie die Geradengleichung $-2x + y = 3$ in der Hauptform.

b) Zeichnen Sie die Gerade.

■ Lösung:

a) $y = 2x + 3$

b) Man trägt am y-Achsenabschnitt 3 ein Steigungsdreieck mit der Steigung 2 ein (siehe Fig. 1).

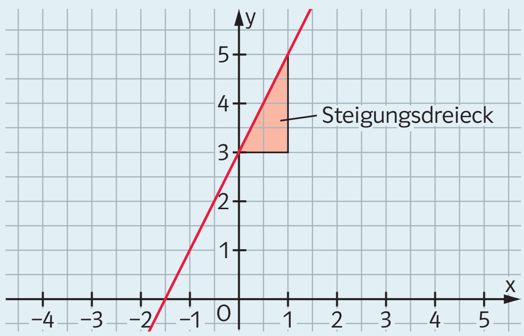


Fig. 1

Beispiel 2 Geradengleichung bestimmen

a) Bestimmen Sie die Hauptform der Geradengleichung für die Gerade g, die durch den Punkt P(2|−1) verläuft und die Steigung m = 1,5 besitzt.

b) Bestimmen Sie die Hauptform der Geradengleichung für die Gerade g, die durch die Punkte P(−2|3) und Q(4|−1) verläuft.

■ Lösung:

a) $y = 1{,}5 \cdot (x - 2) - 1$ bzw. $y = 1{,}5x - 4$

b) Mit $m = \frac{-1-3}{4-(-2)} = -\frac{2}{3}$ ergibt sich $y = -\frac{2}{3} \cdot (x + 2) + 3$ bzw. $y = -\frac{2}{3} \cdot x + \frac{5}{3}$.

Klett
© Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2016 | www.klett.de | Alle Rechte vorbehalten
Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet. Die Kopiergebühren sind abgegolten.

Aufgaben

1 Bestimmen Sie die Steigung und den Steigungswinkel der Geraden durch P und Q.
a) $P(-1|1)$, $Q(5|4)$ b) $P(-1|-5)$, $Q(5|4)$ c) $P(4|-2)$, $Q(6|10)$
d) $P(2{,}5|1{,}1)$, $Q(5|1{,}35)$ e) $P\left(\frac{1}{2}\middle|-\frac{1}{2}\right)$, $Q\left(2\middle|-\frac{3}{4}\right)$ f) $P(\sqrt{2}|\sqrt{2})$, $Q\left(2\sqrt{2}\middle|-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$

2 Berechnen Sie die Steigung einer Geraden, die zu der Geraden durch A und B orthogonal ist.
a) $A(5|2)$, $B(8|5)$ b) $A(0|-1)$, $B(-2|2)$ c) $A(-1{,}4|1)$, $B(-1|1{,}75)$

3 Untersuchen Sie, ob es sich bei dem Viereck ABCD um ein Parallelogramm, ein Trapez oder um keines von beidem handelt.
a) $A(0|0)$, $B(2|-5)$, $C(7|-3)$, $D(5|2)$ b) $A(1|0)$, $B(8|-2)$, $C(7|1)$, $D(-1|3)$
c) $A(0|-4)$, $B(3|-3)$, $C(1|3)$, $D(-2|2)$ d) $A(2|0)$, $B(8|-1)$, $C(9|0)$, $D(6|0{,}5)$

4 Bei Straßen wird die Steigung in Prozent angegeben. Die steilsten Teilstücke der San-Bernardino-Passstraße haben 15 % Steigung. Wie groß ist der Steigungswinkel?

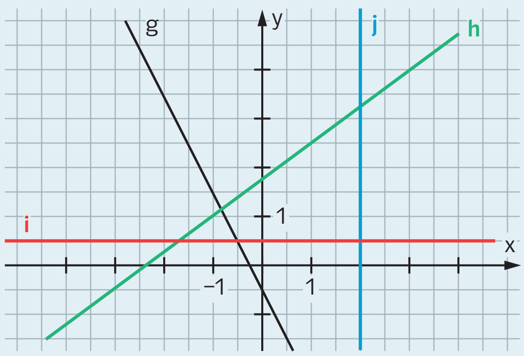
5 Ermitteln Sie die Hauptform der Geraden, die durch A geht und die Steigung m hat.
a) $A(0|3)$; $m = 0{,}4$ b) $A(1|1{,}5)$; $m = -2{,}5$ c) $A(-3|-1)$; $m = \sqrt{2}$

6 Geben Sie die Steigung und den y-Achsenabschnitt der Geraden g an.
a) $g\colon y = 3x + 4$ b) $g\colon y = -0{,}5x - 2{,}4$ c) $g\colon y = 5$
d) $g\colon y = x$ e) $g\colon y = -x$ f) $g\colon y = \frac{1}{3}(-x + 9)$

7 Ermitteln Sie, wenn möglich, die Hauptform; zeichnen Sie die Gerade.
a) $4x - 5y + 3 = 0$ b) $\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y + 2 = 0$ c) $-3 - 2x = 0$ d) $x = \frac{4}{5}y + \frac{8}{5}$

8 Geben Sie die Gleichungen der Geraden g, h, i und j in Fig. 1 an.

9 Untersuchen Sie rechnerisch.
a) Liegt $P(10|12)$ auf der Geraden durch den Ursprung $O(0|0)$ und $Q(0{,}25|0{,}2)$?
b) Geht die Orthogonale zu der Geraden mit der Gleichung $y = 7x - 21$ durch $P(0|3)$ auch durch $Q(14|1)$?
c) Ist $-x + 4y - 6 = 0$ die Parallele zu $y = -0{,}25x$ durch den Punkt $P(-6|0)$?



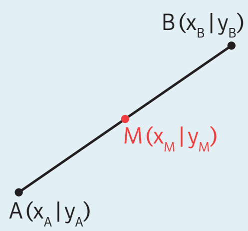
10 a) Bestimmen Sie c so, dass die Gerade $y = \frac{1}{3}x + c$ durch den Punkt $P(-5|-4)$ geht.
b) Bestimmen Sie m und c so, dass die Gerade $y = mx + c$ durch $P(7|-2)$ und $Q(2|4)$ geht.

11 Ermitteln Sie die Hauptform der Geraden, die durch P geht und die Steigung m hat.
a) $P\left(0\middle|\frac{3}{2}\right)$; $m = -1$ b) $P(2{,}4|-1{,}2)$; $m = 0{,}9$ c) $P(4|0)$; $m = \sqrt{2}$

12 Gegeben ist das Dreieck ABC mit $A(3|3)$, $B(-3|1)$ und $C(0|-2)$.
Bestimmen Sie eine Gleichung der Parallelen
a) zu BC durch A, b) zu CA durch B, c) zu AB durch C.

13 Wie lautet eine Gleichung einer Geraden, die
a) den Steigungswinkel 45° hat und durch $P(2|-5)$ geht?
b) durch die Mitte von PQ mit $P(2|3)$ und $Q(4|1)$ geht und die Steigung 0,5 hat?

Basiswissen



Für die Koordinaten des **Mittelpunktes** $M(x_M|y_M)$ einer Strecke AB gilt:
$x_M = \frac{1}{2}(x_A + x_B)$;
$y_M = \frac{1}{2}(y_A + y_B)$.

© Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2016 | www.klett.de | Alle Rechte vorbehalten
Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet. Die Kopiergebühren sind abgegolten.