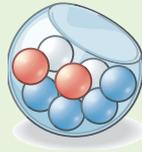


Stochastik

Baumdiagramm und Pfadregeln (Aufgaben 1 und 2)

Aus der nebenstehenden Urne wird zweimal ohne Zurücklegen gezogen.



Produktregel:

Die Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses erhält man, indem man die Wahrscheinlichkeiten entlang des zugehörigen Pfades multipliziert.

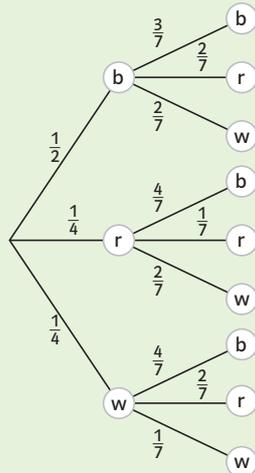
$$P(w; r) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{7} = \frac{1}{14}$$

Summenregel:

Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses wird berechnet, indem man die Wahrscheinlichkeiten der zu diesem Ereignis gehörenden Ergebnisse addiert.

$P(\text{„zweimal die gleiche Farbe“})$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{7} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{7} = \frac{2}{7}$$



Gegenereignis:

Für das Gegenereignis \bar{E} gilt $P(\bar{E}) = 1 - P(E)$.

$$P(\text{„höchstens einmal rot“}) = 1 - P(rr) = 1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{7} = \frac{27}{28}$$

Erwartungswert (Aufgaben 3 und 4)

Der Erwartungswert $E(X)$ einer Zufallsgröße X mit den Werten x_1, x_2, \dots, x_n ist der durchschnittliche Wert von X auf lange Sicht.

$$\text{Es ist } E(X) = x_1 \cdot P(X = x_1) + \dots + x_n \cdot P(X = x_n).$$

Bei einem Spiel bezahlt man einen Einsatz von 1€ und würfelt dann 1-mal. Bei einer Sechs erhält man 3€, bei einer Vier bzw. Fünf 1€, ansonsten nichts. Die Zufallsgröße X beschreibt den Gewinn des Spielers (in €). Ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung ist:

g	2	0	-1
$P(X = g)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

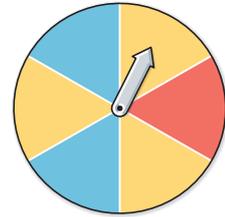
$$\text{Erwartungswert: } E(X) = 2 \cdot \frac{1}{6} + 0 \cdot \frac{1}{3} - 1 \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{6}$$

Bei diesem Spiel verliert man auf lange Sicht durchschnittlich ca. 0,17€ pro Spiel.

Wenn der Erwartungswert 0 ist, heißt ein Spiel fair. Das obige Spiel wäre bei einer Auszahlung von 4€ bei einer Sechs fair $(3 \cdot \frac{1}{6} + 0 \cdot \frac{1}{3} - 1 \cdot \frac{1}{2} = 0)$.

Grundwissen Test

1 Das nebenstehende Glücksrad wird zweimal gedreht. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass



- a) zweimal „blau“ erscheint,
- b) nie „gelb“ erscheint,
- c) höchstens einmal „blau“ erscheint,
- d) zweimal dieselbe Farbe erscheint.

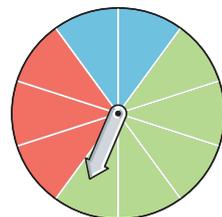
2 In einer Urne befinden sich drei schwarze, vier rote und drei weiße Kugeln. Es wird dreimal ohne Zurücklegen gezogen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass

- a) zuerst eine schwarze, dann eine rote und dann eine weiße Kugel gezogen wird,
- b) die drei gezogenen Kugeln dieselbe Farbe haben,
- c) die drei gezogenen Kugeln verschiedene Farben haben,
- d) zwei der drei gezogenen Kugeln rot und eine schwarz sind.

3 Die Zufallsgröße X gibt den Gewinn (in €) bei einem Spiel an. In der Tabelle ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X notiert. Berechnen Sie den Erwartungswert von X und interpretieren Sie diesen.

g	$P(X = g)$
5	0,1
2	0,2
0	0,2
-1	0,3
-2	0,2

4 Für einen Einsatz von 2€ darf man das nebenstehende Glücksrad zweimal drehen. Falls zweimal „blau“ erscheint, erhält man 5€, falls einmal „blau“ erscheint, erhält man 2€, ansonsten erhält man nichts.



- a) Berechnen Sie den Erwartungswert und interpretieren Sie diesen.
- b) Wie muss man den Auszahlungsbetrag, wenn zweimal „blau“ erscheint, ändern, damit das Spiel fair ist.