Funktionen und ihre Graphen (zu den Grundwissenaufgaben in Kapitel III)

Nullstellen (Aufgabe 5)
Zur Bestimmung von Nullstellen einer Funktion gibt es verschiedene Verfahren, z. B.:

- Lösen einer quadratischen Gleichung
  $f(x) = x^2 + 2x - 15 = 0$
  $x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2a} = \frac{-2 \pm 8}{2}$
  Nullstellen: $x_1 = 3$ und $x_2 = -5$.
- Satz vom Nullprodukt
  $f(x) = (x^2 - 2) \cdot e^x = 0$
  1. Faktor: $x^2 - 2 = 0$ liefert $x_1 = \sqrt{2}$ und $x_2 = -\sqrt{2}$.
  2. Faktor: $e^x \neq 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$
  Nullstellen: $x_1 = \sqrt{2}$ und $x_2 = -\sqrt{2}$.
- Substitution
  $f(x) = x^4 - x^2 - 12 = 0$
  Substitution $u = x^2$ ergibt $u^2 - u - 12 = 0$ mit den Lösungen $u_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2}$, also $u_1 = 4$ und $u_2 = -3$.
  Rücksubstitution:
  $x^2 = 4$ liefert $x_1 = 2$ und $x_2 = -2$.
  $x^2 = -3$ hat keine Lösung.
  Nullstellen: $x_1 = 2$ und $x_2 = -2$.
- Zähler gleich null setzen
  $f(x) = \frac{x^2 - 9}{2x + 6} = 0$
  $x^2 - 9 = 0$ liefert $x_1 = 3$ und $x_2 = -3$.
  Für $x_2 = -3$ ist der Nenner auch null, also ist f hier gar nicht definiert.
  Nullstelle: $x_1 = 3$.

Bogenmaß (Aufgaben 6 und 7)
Wenn α eine Winkelgröße im Gradmaß und x die entsprechende Winkelgröße im Bogenmaß ist, dann gilt $x = \frac{\alpha}{180°} \cdot \pi$ und $\alpha = \frac{x}{\pi} \cdot 180°$.

Sinusfunktion (Aufgaben 8 und 9)
Die Funktion f mit $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c)) + d$ entsteht aus dem Graphen der Sinusfunktion g mit $g(x) = \sin(x)$ durch:

- Streckung in y-Richtung mit dem Faktor a,
- Streckung in x-Richtung mit dem Faktor $\frac{1}{b}$,
- Verschiebung in x-Richtung um c,
- Verschiebung in y-Richtung um d.

f hat die Amplitude $A = |a|$ und die Periode $p = \frac{2\pi}{b}$.

Grundwissen Test

Lösungen | Seite 400

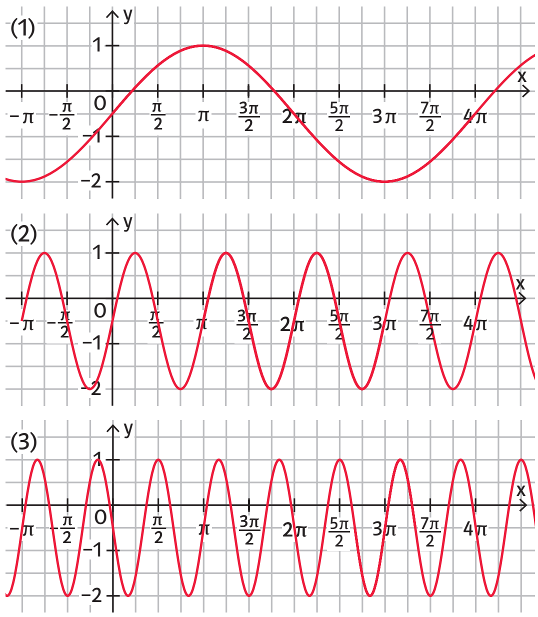
5 Ermitteln Sie die Nullstellen der Funktion f.
a) $f(x) = x^2 - x - 6$
b) $f(x) = 2x^2 - x - 3$
c) $f(x) = 5x^2 - \frac{16}{5}$
d) $f(x) = x \cdot (2x + 5)$
e) $f(x) = (x + 7)^2 \cdot (3x - 6)$
f) $f(x) = -5x \cdot (x^2 + 7)$
g) $f(x) = (x^2 - 2)(x + 11)$
h) $f(x) = (x^2 - 5) \cdot e^x$
i) $f(x) = x^4 - 7x^2 - 18$
j) $f(x) = x^4 - 17x^2 + 16$
k) $f(x) = \frac{3x - 12}{x^2 + 2}$
l) $f(x) = \frac{2x^2 - 6}{x + 7}$

6 Geben Sie das Bogenmaß des Winkels α an.
a) $\alpha = 90°$ **b)** $\alpha = 45°$ **c)** $\alpha = 30°$ **d)** $\alpha = 150°$

7 Geben Sie das Gradmaß des Winkels x an.
a) $x = \frac{\pi}{3}$ **b)** $x = \frac{2}{3}\pi$ **c)** $x = \frac{\pi}{5}$ **d)** $x = \frac{5}{3}\pi$

8 Geben Sie die Amplitude und die Periode der Funktion f an.
a) $f(x) = 3 \cdot \sin(x - 2) + 5$
b) $f(x) = -2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 1$
c) $f(x) = -\frac{1}{3} \cdot \sin(3 \cdot (x - 1))$
d) $f(x) = -\sin(\pi(x + 2)) - 5$

9 Ordnen Sie jeder Funktion den passenden Graphen zu. Begründen Sie.
$f(x) = 1{,}5 \cdot \sin(2x) - 0{,}5$, $g(x) = -1{,}5 \cdot \sin(3x) - 0{,}5$, $h(x) = 1{,}5 \cdot \sin(0{,}5x) - 0{,}5$



Seite aus: Lambacher Schweizer Baden-Württemberg 10
ISBN: 978-3-12-735310-5