

## Aufgaben

**1** Lösen Sie die Klammern auf und fassen Sie möglichst weit zusammen.

- |  |   |
|--|---|
| a) $4a - 2b - (3a + b)$                      | b) $2(x - 4y) - 3(6x - 3y)$                     |
| c) $-3(u + 4) + 2(u - 5) - (2 - 6u)$         | d) $5a(2a - 3) - 4a^2$                          |
| e) $3a(4 - 2(4a - 3b)) - 5(-a(b - 3a) - 2a)$ | f) $3(-5(v - u) + 4u(4 - 2v)) - 4u(-3(u + 2v))$ |

**2** Multiplizieren Sie die Klammern aus und fassen Sie zusammen.

- |                                       |   |
|---------------------------------------|---|
| a) $-6a(2a - 3b) + 5a^2 - 8a(b - 3a)$ | b) $4x(-2x + 7y) - 10(x^2 + 4x) - 7x(-3x + 4y - 7)$ |
|---------------------------------------|---|

**3** Klammern Sie aus und stellen Sie den Term als Produkt dar

- |                                 |  |
|---------------------------------|--|
| a) $x^2 + 5x$                   | b) $9x^2 - 3xy + 6xz$                  |
| c) $12a^2u^2 + 6au + 2u - 8u^2$ | d) $\frac{3}{4}uv^2 - \frac{1}{4}u^2v$ |

**4** Formen Sie mithilfe der binomischen Formeln um.

- |                             |                              |
|-----------------------------|------------------------------|
| a) $(3a + 7b)^2$            | b) $(9x - 5y)^2$             |
| c) $(-2u + 5v)(-2u - 5v)$   | d) $9x^2 - 12xy + 4y^2$      |
| e) $144m^2 + 24m + 1$       | f) $16u^2v^2 - 81w^2$        |
| g) $(-x^2 - 2y)(-x^2 + 2y)$ | h) $49r^2s^2 - 28rst + 4t^2$ |

**5** Ergänzen Sie die fehlenden Terme, sodass sich eine binomische Formel ergibt.

- |   |  |
|---|--|
| a) $(\blacktriangle + \blacksquare)^2 = 9x^2 + \bullet + 16y^2$       | b) $(6a^2 - \blacktriangle)^2 = \blacksquare - 24a^2b + \bullet$         |
| c) $(\blacktriangle + 5s)^2 = \frac{r^2}{4} + \blacksquare + \bullet$ | d) $(\blacktriangle - \blacksquare)^2 = \bullet - xy^2 + \frac{y^4}{16}$ |
| e) $(\frac{a}{3} + \blacktriangle)^2 = \blacksquare + \bullet + 81$   | f) $(-4x - \blacktriangle)^2 = \blacksquare - 16x + \bullet$             |

**6** Faktorisieren Sie mithilfe der Zerlegung nach VIETA.

- |                      |                          |                    |                        |
|----------------------|--------------------------|--------------------|------------------------|
| a) $a^2 + 9a + 14$   | b) $x^2 - 6x + 5$        | c) $u^2 - u - 12$  | d) $x^2 + 6ax + 8a^2$  |
| e) $2x^2 - 20x + 18$ | f) $ax^2 + 4abx + 3ab^2$ | g) $-y^2 + 5y - 6$ | h) $a^2x^2 + 8ax + 12$ |

## Rechnen mit Brüchen

### Erweitern

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k} \text{ mit } k \neq 0$$

### Beispiele

$$\frac{3}{4} \text{ erweitert mit } 5 \text{ ergibt } \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}$$

### Kürzen

$$\frac{a}{b} = \frac{a:k}{b:k} \text{ mit } k \neq 0$$

$$\frac{24}{56} \text{ gekürzt mit } 8 \text{ ergibt } \frac{24:8}{56:8} = \frac{3}{7}$$

### Addition und Subtraktion bei gleichen Nennern

$$\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$$

$$\frac{4}{9} + \frac{11}{9} = \frac{4+11}{9} = \frac{15}{9}; \quad \frac{4}{9} - \frac{11}{9} = \frac{4-11}{9} = -\frac{7}{9}$$

### Addition und Subtraktion bei verschiedenen Nennern

$$\frac{a}{c} \pm \frac{b}{d} = \frac{a \cdot d}{c \cdot d} \pm \frac{b \cdot c}{d \cdot c} = \frac{a \cdot d \pm b \cdot c}{c \cdot d}$$

$$\frac{4}{9} + \frac{11}{4} = \frac{4 \cdot 4}{9 \cdot 4} + \frac{11 \cdot 9}{4 \cdot 9} = \frac{4 \cdot 4 + 11 \cdot 9}{9 \cdot 4} = \frac{115}{36}$$

$$\frac{4}{9} - \frac{11}{4} = \frac{4 \cdot 4}{9 \cdot 4} - \frac{11 \cdot 9}{4 \cdot 9} = \frac{4 \cdot 4 - 11 \cdot 9}{9 \cdot 4} = -\frac{83}{36}$$

### Multiplikation

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{9}{5} = \frac{4 \cdot 9}{3 \cdot 5} = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 5} = \frac{12}{5}$$

### Division

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\frac{-4}{3} : \frac{8}{5} = \frac{-4}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{-4 \cdot 5}{3 \cdot 8} = \frac{-5}{3 \cdot 2} = -\frac{5}{6}$$

$c \cdot d$  ist der einfachste, aber nicht immer der kleinste Nenner.

## Aufgaben

7 Berechnen Sie.

a)  $\frac{49}{13} + \frac{17}{13}$

b)  $\frac{5}{12} - \frac{7}{4}$

c)  $\frac{12}{27} + \frac{3}{4}$

d)  $\frac{34}{15} - \frac{20}{9}$

e)  $\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{8}$

f)  $1\frac{2}{3} \cdot 5\frac{3}{8}$

g)  $\frac{8}{23} \cdot \frac{4}{3}$

h)  $6\frac{3}{4} : \frac{15}{4}$

i)  $\frac{69}{60} \cdot \left(-\frac{48}{23}\right)$

j)  $6 : \left(-\frac{3}{10}\right)$

k)  $\frac{2}{3} : \left(-\frac{4}{9}\right)$

l)  $-\frac{35}{26} : \left(-\frac{25}{39}\right)$

8 Vereinfachen Sie.

a)  $\frac{45xy}{25x}$

b)  $\frac{16a^2b}{24ab^2}$

c)  $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 - b^2}$

d)  $\frac{3x+12}{x^2+6x+8}$

e)  $\frac{42x}{34} \cdot \frac{17y}{63x^2}$

f)  $\frac{40a^2}{65b} \cdot \frac{26b^2}{72ab}$

g)  $\frac{6x}{x+y} \cdot \frac{2x+2y}{4xy}$

h)  $\frac{x^2-2x+1}{2} \cdot \frac{x+1}{x^2-1}$

9 a)  $\frac{44x^2}{36y^2} : \frac{110x}{45y}$

b)  $\frac{32b^2}{12a} : \frac{80ab}{25}$

c)  $\frac{6x}{x-y} : \frac{15y}{2y-2x}$

d)  $\frac{6m^2}{4m+10n} : \frac{18mn}{6m+15n}$

e)  $\frac{7}{12} + \frac{11}{20} - \frac{19}{30}$

f)  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} - \frac{(a-b)^2}{ab}$

g)  $\frac{4x-6y}{2x+2y} - \frac{x-4y}{x+y}$

h)  $\frac{4}{2-3x} + \frac{12x}{9x^2-4}$

## Rechnen mit Potenzen

### Potenzen

$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$ ; n Faktoren

$a \in \mathbb{R}$  heißt **Basis** oder **Grundzahl**;

$n \in \mathbb{R}^*$  **Exponent** oder **Hochzahl**;

$a^0 = 1$ ;  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ .

### Beispiele

$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$

$10^0 = 1$ ;  $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

## Basiswissen

Erinnerung:

Vor dem Multiplizieren zu kürzen vereinfacht die Rechnung!

Beim Bestimmen eines Hauptnenners sollte man die binomischen Formeln mit in Betracht ziehen.

Basis 3 Exponent  
4  
Potenz

**Multiplizieren von Potenzen mit gleicher Grundzahl:**

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$2^3 \cdot 2^5 = 2^{3+5} = 2^8 = 256$

**Multiplizieren von Potenzen mit gleicher Hochzahl:**

$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$

$5^2 \cdot 3^2 = (5 \cdot 3)^2 = 15^2 = 225$

**Dividieren von Potenzen mit gleicher Grundzahl:**

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$\frac{7^2}{7^4} = 7^{2-4} = 7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$

**Dividieren von Potenzen mit gleicher Hochzahl:**

$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

$\frac{6^2}{3^2} = \left(\frac{6}{3}\right)^2 = 2^2 = 4$

**Potenzieren von Potenzen:**

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$(5^4)^{-1} = 5^4 \cdot (-1) = 5^{-4} = \frac{1}{5^4} = \frac{1}{625}$

### Exponentialdarstellung von Zahlen

Um unübersichtliche Darstellungen von Zahlen mit vielen Nullen zu vermeiden, verwendet man vor allem in den Naturwissenschaften die **Exponentialdarstellung**.

$5\,380\,000\,000 = 5,38 \cdot 10^9$

$0,000\,000\,92 = 9,2 \cdot 10^{-7}$

Wissenschaftliche Taschenrechner zeigen sehr große oder sehr kleine Zahlen automatisch in der Exponentialdarstellung an. Dabei wird die Zahl 10 (Basis der Potenz) meist durch den Buchstaben E oder durch ein Leerzeichen ersetzt.

$783850000000$   
 $7.8385E11$   
 $0.000000000486$   
 $4.86E-10$

## Aufgaben

10 Notieren Sie die folgenden Zahlen in der Exponentialdarstellung.

a) 0,000 006 83

b) 548 430 000 000 000

c) 3 090 800 000 000

d) 0,000 000 000 385