IV Vierfeldertafel und bedingte Wahrscheinlichkeit

1 Ereignisse und Vierfeldertafel

S. 92

1 a) 30

b) Zwei Personen aus der 10C sind weiblich und nutzen den Computer mindestens eine Stunde pro Tag.

c)

	Weiblich	Männlich	
Mindestens eine Stunde pro Tag	2	8	10
Weniger als eine Stunde pro Tag	14	6	20
	16	14	30

8 Personen sind männlich und nutzen den Computer mindestens eine Stunde pro Tag.
14 Personen sind weiblich und nutzen den Computer weniger als eine Stunde pro Tag.
6 Personen sind männlich und nutzen den Computer weniger als eine Stunde pro Tag.

S. 94

2 a) M: „Mountainbike“; R: „Rückstrahler“

$|R| = 0{,}75 \cdot 240 = 180$

	M	$\overline{M}$	
R	120	60	**180**
$\overline{R}$	**30**	30	60
	150	90	**240**

b) $\frac{|\overline{R} \cap M|}{|\Omega|} = \frac{30}{240} = \frac{1}{8}$

Randspalte: Projektvorschlag: Individuelle Lösungen

3 a) R: „Rot“; B: „Blau“; Z: „Zahl“

	R	$\overline{R} = B$	
Z	20	30	**50**
$\overline{Z}$	40	**60**	100
	60	**90**	**150**

b) $|R \cup Z| = 20 + 40 + 30 = 90$

c) $|R \cap Z| = 20$

d) $\frac{|R \cap Z|}{|\Omega|} = \frac{20}{150} = \frac{2}{15}$

4 a) L: „Latein“; S: „Spanisch“

	L	$\overline{L}$	
S	20	40	**60**
$\overline{S}$	30	**0**	30
	50	40	**90**

b) $\frac{|L \cap S|}{|\Omega|} = \frac{20}{90} = \frac{2}{9}$

5 a) Es müssen mindestens 3 ermittelt werden. b), c) Individuelle Lösungen

6 Individuelle Lösung

© Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2009 | www.klett.de
Alle Rechte vorbehalten.

Lambacher Schweizer, Ausgabe Bayern,
Lösungen und Materialien – Klasse 10
ISBN 978-3-12-731961-3

7 a) M: „Masse stimmt“; F: „Form stimmt“

	M	$\overline{M}$	
F	**420**	50	470
$\overline{F}$	20	10	**30**
	440	**60**	**500**

$|\overline{F}| = 0{,}06 \cdot 500 = 30$

$|\overline{M} \cap \overline{F}| = 10$

b) $\frac{|\overline{F} \cap M| + |F \cap \overline{M}|}{|\Omega|} = \frac{20+50}{500} = \frac{70}{500} = \frac{14}{100} = 14\,\%$

8 F: „Frau“; S: „Schnarcher“

	F	$\overline{F} = M$	
F	1	**24**	**25**
$\overline{S}$	17	8	25
	18	**32**	**50**

$|F| = 0{,}36 \cdot 50 = 18$
$|\overline{F}| = 50 - 18 = 32$
$|\overline{F} \cap S| = 0{,}75 \cdot 32 = 24$
$|S| = 0{,}5 \cdot 50 = 25$
$|S \cap F| = |S| - |S \cap \overline{F}| = 25 - 24 = 1$

9 a) R: „Raucher“; W: „Weiblich“

	R	$\overline{R}$	
W	**26**	104	**130**
$\overline{W} = M$	**36**	84	**120**
	62	188	**250**

$|W \cap R| = 0{,}2 \cdot 130 = 26$
$|\overline{W} \cap R| = 0{,}3 \cdot 120 = 36$

b) $|\overline{R}| = 188$
c) $|W \cap R| = 26$
d) $|\overline{W} \cup R| = 36 + 84 + 26 = 146$

10 a) $\frac{2 \cdot 6}{\sqrt{2 \cdot 36}} = \sqrt{2}$ b) $\frac{6k}{\sqrt[3]{8 \cdot 12}} = \frac{3k}{\sqrt[3]{12}} = \frac{k \cdot 12^{\frac{2}{3}}}{4}$ c) $\frac{2x^2 \cdot (2x)^{\frac{2}{3}}}{2x} = 2^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{3}}$ d) $\frac{25d + 30\sqrt{cd} + 9c}{25d - 9c}$

2 Vierfeldertafel und Baumdiagramm

S. 95

1 B: „Bremse in Ordnung“; L: „Lichtanlage in Ordnung“

	B	$\overline{B}$	
L	37	8	45
$\overline{L}$	48	**7**	**55**
	85	**15**	**100**

Zu $\frac{37}{100} = 37\,\%$ wird keines von beiden beanstandet.

S. 97

2 a)

	A	B	
1 S	**35**	15	**50**
2 S	25	25	50
	60	**40**	**100**

b) i) $P(A) = \frac{60}{100} = 60\,\%$
ii) $P(A \cap 2S) = \frac{25}{100} = 25\,\%$
iii) $P(A \cup 1S) = \frac{35+25+15}{100} = \frac{75}{100} = 75\,\%$
Alternativ: $P(A \cup 1S) = 1 - P(B \cap 2S)$
$= 1 - \frac{25}{100} = 75\,\%$
iv) $P(B \cap 2S) = \frac{25}{100} = 25\,\%$

3 a) L: „benötigt Lesebrille“; M: „Mann“

	L	$\overline{L}$	
M	**25**	25	**50**
$\overline{M} = W$	15	25	40
	40	50	**90**

b) i) $P(\overline{M}) = \frac{40}{90} = \frac{4}{9}$
ii) $P(\overline{M} \cap \overline{L}) = \frac{25}{90} = \frac{5}{18}$
iii) $P(\overline{M} \cup \overline{L}) = \frac{15+25+25}{90} = \frac{65}{90} = \frac{13}{18}$

© Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2009 | www.klett.de
Alle Rechte vorbehalten.

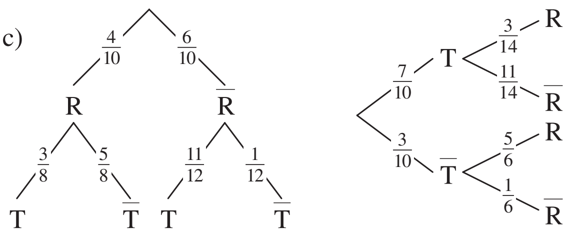
Lambacher Schweizer, Ausgabe Bayern,
Lösungen und Materialien – Klasse 10
ISBN 978-3-12-731961-3

4 a)

	R	$\overline{R}$	
T	0,15	**0,55**	0,7
$\overline{T}$	**0,25**	0,05	0,3
	0,4	0,6	**1**

b) $P(R \cap T) = 0{,}15$

c)

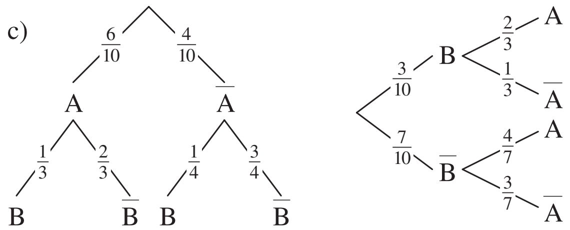


5 a)

	A	$\overline{A}$	
B	0,2	0,1	**0,3**
$\overline{B}$	0,4	0,3	0,7
	0,6	0,4	**1**

b) $P(A \cap B) = 0{,}2$

c)



6 a) 30 % ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis A eingetreten ist und das Ereignis B nicht.

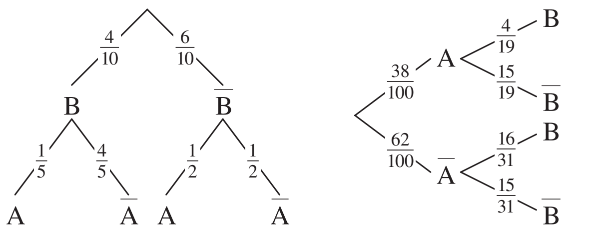
b)

	B	$\overline{B}$	
A	8 %	30 %	38 %
$\overline{A}$	32 %	30 %	62 %
	40 %	60 %	100 %

c) $P(A \cup B) = 8\,\% + 30\,\% + 32\,\% = 70\,\%$

Alternativ: $P(A \cup B) = 1 - P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = 1 - 30\,\% = 70\,\%$

d)



7 a) Z. B. In einer Klasse sind gleich viele Mädchen und Jungen. Von den beiden Mädchen tragen 30 % eine Bluejeans und von den Jungen 60 %.

b) $P(A \cap B) = 0{,}5 \cdot 0{,}3 = 0{,}15$

c) $P(B) = 0{,}5 \cdot 0{,}3 + 0{,}5 \cdot 0{,}6 = 0{,}45$

d) $P(A \cup B) = 0{,}5 \cdot 0{,}3 + 0{,}5 \cdot 0{,}7 + 0{,}5 \cdot 0{,}6 = 0{,}8$

Alternativ: $P(A \cup B) = 1 - P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = 1 - 0{,}5 \cdot 0{,}4 = 0{,}8$

e)

	A	$\overline{A}$	
B	**0,15**	0,3	**0,45**
$\overline{B}$	0,35	0,2	0,55
	0,5	**0,5**	**1**

8 a) Mit $\overline{AD} = \overline{AB} = 5\,\text{cm}$ und $\overline{BD} = 3\,\text{cm}$ ist das Teildreieck ABD eindeutig festgelegt (SSS) und somit auch die ganze Raute (da BD Symmetrieachse der Raute ist).

b) Das Teildreieck ABD muss gleichschenklig sein, mit Basis [BD]. Daher kann bei D kein rechter Winkel vorliegen.

9 a) $x_1 = -\frac{7}{4}\pi;\ x_2 = -\frac{3}{4}\pi;\ x_3 = \frac{\pi}{4};\ x_4 = \frac{5}{4}\pi$

b) $x_1 = -\frac{5}{4}\pi;\ x_2 = -\frac{\pi}{4};\ x_3 = \frac{3}{4}\pi;\ x_4 = \frac{7}{4}\pi$

c) $x \in \left[-2\pi; -\frac{7}{4}\pi\right[\cup \left]-\frac{5}{4}\pi; -\frac{5}{6}\pi\right[\cup \left]-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}\right[\cup \left]\frac{3}{4}\pi; \frac{7}{6}\pi\right[\cup \left]\frac{11}{6}\pi; 2\pi\right]$

d) $x \in \left]-\frac{5}{3}\pi; -\frac{7}{6}\pi\right[\cup \left]-\frac{5}{6}\pi; -\frac{\pi}{3}\right[\cup \left]\frac{\pi}{3}; \frac{5}{6}\pi\right[\cup \left]\frac{7}{6}\pi; \frac{5}{3}\pi\right[$

© Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2009 | www.klett.de
Alle Rechte vorbehalten.

Lambacher Schweizer, Ausgabe Bayern,
Lösungen und Materialien – Klasse 10
ISBN 978-3-12-731961-3

3 Bedingte Wahrscheinlichkeit

S. 98

1 a) $P(\text{Farbenfehlsichtigkeit}) = \frac{42}{1000} = 4{,}2\,\%$

b) Ja, da bei Frauen die Farbenfehlsichtigkeit anteilmäßig geringer ist: $\frac{2}{498} \approx 0{,}4\,\%$

S. 101

2 a) 0,4 ist die bedingte Wahrscheinlichkeit $P_K(L)$ für das Eintreten von L, wenn K bereits eingetreten ist.

b) $P_{\overline{K}}(L) = 0{,}2$; $P(\overline{K} \cap L) = 0{,}3 \cdot 0{,}2 = 0{,}06$

c) $P(K \cap L) = 0{,}7 \cdot 0{,}4 = 0{,}28$

	L	$\overline{L}$	
K	0,28	0,42	0,7
$\overline{K}$	0,06	0,24	0,3
	0,34	0,66	1

d) $P(L) = 0{,}34$; $P_L(K) = \frac{|L \cap K|}{|L|} = \frac{0{,}28}{0{,}34} = \frac{14}{17}$

3 J: „Junge“; O: „Oberstufe“

a) $P(J \cap O) = \frac{10}{8+10+16+6} = \frac{1}{4}$ b) $P_O(J) = \frac{|O \cap J|}{|O|} = \frac{10}{10+6} = \frac{5}{8}$ c) $P_{\overline{O}}(\overline{J}) = \frac{|\overline{O} \cap \overline{J}|}{|\overline{O}|} = \frac{16}{8+16} = \frac{2}{3}$

4 a) M: „Mädchen“; T: „verwendet den Taschenrechner“

	T	$\overline{T}$	
M	**6**	6	**12**
$\overline{M}$	**6**	12	**18**
	12	18	**30**

b) $|M \cap \overline{T}| = 6$

c) $P_T(\overline{M}) = \frac{|T \cap \overline{M}|}{|T|} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

5 $\frac{1}{3}$ $\left(\frac{1}{3}\right)$

6 a) i) $P_M(D)$: Bedingte Wahrscheinlichkeit, dass beim Vorliegen eines Motorschadens die Diagnose „Motor defekt“ gestellt wird.

ii) $P_{\overline{M}}(D)$: Bedingte Wahrscheinlichkeit, dass bei einem intakten Motor die Diagnose „Motor defekt“ gestellt wird.

iii) $P_{\overline{M}}(\overline{D})$: Bedingte Wahrscheinlichkeit, dass bei einem intakten Motor die Diagnose „Motor nicht defekt“ gestellt wird.

iv) $P_D(M)$: Bedingte Wahrscheinlichkeit, dass bei der Diagnose „Motor defekt“ ein Motorschaden vorliegt.

v) $P_{\overline{D}}(M)$: Bedingte Wahrscheinlichkeit, dass bei der Diagnose „Motor in Ordnung“ ein Motorschaden vorliegt.

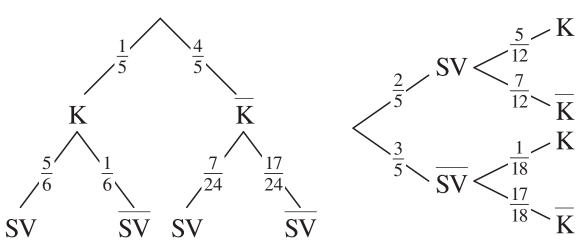
vi) $P_{\overline{D}}(\overline{M})$: Bedingte Wahrscheinlichkeit, dass bei der Diagnose „Motor in Ordnung“ kein Motorschaden vorliegt.

b) i) groß ii) klein iii) groß iv) groß v) klein vi) groß

7 a)

	Kinogänger	kein Kinogänger	
Sportverein	20	28	48
Nicht in SV	4	68	72
	24	96	120

b)



c) $P(K) = \frac{24}{120} = \frac{1}{5}$ d) $P(K \cap SV) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$ e) $P_{SV}(K) = \frac{20}{48} = \frac{5}{12}$

© Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2009 | www.klett.de
Alle Rechte vorbehalten.

Lambacher Schweizer, Ausgabe Bayern,
Lösungen und Materialien – Klasse 10
ISBN 978-3-12-731961-3

S. 102

8 Ein Laplace-Experiment liegt vor, wenn $|\Omega| = 6 \cdot 6 = 36$.

a) A: „Augensumme zeigt mindestens 8"; F: „1. Wurf zeigt 5"

$A = \{(2|6), (3|5), (3|6), (4|4), (4|5), (4|6),$
$(5|3), (5|4), (5|5), (5|6), (6|2), (6|3), (6|4), (6|5), (6|6)\} \Rightarrow |A| = 15$

$A \cap F = \{(5|3), (5|4), (5|5), (5|6)\} \Rightarrow |A \cap F| = 4 \Rightarrow P_A(F) = \frac{4}{15}$

b) E: „1. Wurf zeigt 1"; V: „Augensumme zeigt höchstens 4"

$E = \{(1|1), (1|2), (1|3), (1|4), (1|5), (1|6)\} \Rightarrow |E| = 6$

$E \cap V = \{(1|1), (1|2), (1|3)\} \Rightarrow |E \cap V| = 3 \Rightarrow P_E(V) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

9 a) 50 %

b) Es liegt ein Laplace-Experiment vor, da jedes Ergebnis die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{8}$ besitzt.
Mithilfe eines Baumdiagramms lassen sich folgende Wahrscheinlichkeiten ermitteln:
i) $\frac{4}{7}$ ii) $\frac{1}{3}$ iii) $\frac{1}{4}$ iv) $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ v) $\frac{0}{1} = 0$ vi) $\frac{3}{4}$ vii) $\frac{3}{7}$

10 a) L: „Lesebrille"; M: „Mann"

	L	$\overline{L}$	
M	**12**	12	**24**
$\overline{M}$	28	8	36
	40	20	**60**

b) i) $P(M) = \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$ ii) $P(M \cap L) = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$ iii) $P_{\overline{M}}(L) = \frac{28}{36} = \frac{7}{9}$

c) $P_L(\overline{M}) = \frac{28}{40} = \frac{7}{10}$

11 Damit ein Laplace-Experiment vorliegt, werden die Würfel unterschieden.

$$\Omega = \{(1|1), (1|2), \dots, (1|6),$$
$$(2|1), (2|2), \dots, (2|6),$$
$$\vdots$$
$$(6|1), (6|2), \dots, (6|6)\}$$

$\Rightarrow |\Omega| = 36$

a) U: „Augensumme ist ungerade"; N: „Augensumme zeigt 9"

$|U| = 18$, da in jeder Zeile (s. oben) genau 3 Ergebnisse sind, die eine ungerade Augensumme liefern.

$U \cap N = \{(3|6), (4|5), (5|4), (6|3)\} \Rightarrow |U \cap N| = |N| = 4$

$\Rightarrow P_U(N) = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$

b) S: „Augensumme ist größer als 7"

$$|S| = \{(2|6), (3|6), (4|6), (5|6), (6|6),$$
$$(3|5), (4|5), (5|5), (5|6),$$
$$(4|4), (5|4), (6|4),$$
$$(5|3), (6|3),$$
$$(6|2)\}$$

$S \cap N = \{(3|6), (4|5), (5|4), (6|3)\} \Rightarrow |S \cap N| = 4$

$\Rightarrow P_S(N) = \frac{4}{15}$

© Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2009 | www.klett.de
Alle Rechte vorbehalten.

Lambacher Schweizer, Ausgabe Bayern,
Lösungen und Materialien – Klasse 10
ISBN 978-3-12-731961-3

12 a) Es liegt ein Laplace-Experiment vor, da alle Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind.
G: „Zahl ist gerade“
Für das Lösen der einzelnen Teilaufgaben ist es sinnvoll, ein geeignetes Baumdiagramm zu erstellen.

i) Z: „Zweite Kugel trägt die Ziffer zwei“
$|Z| = 3 \cdot 2 = 6$
$Z \cap G = \{124, 324\} \Rightarrow |Z \cap G| = 2$
$\Rightarrow P_Z(G) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

ii) E: „Erste Kugel trägt eine ungerade Ziffer“
$|E| = 2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$
$E \cap G = \{124, 132, 134, 142, 312, 314, 324, 342\} \Rightarrow |E \cap G| = 8$
$\Rightarrow P_E(G) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

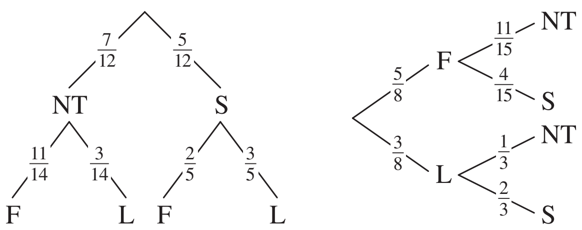
iii) $P(G) = \frac{12}{4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{1}{2}$

b) Die Wahrscheinlichkeit für die zuletzt gezogene Zahl ist unabhängig von den vorher gezogenen, deshalb ist die Wahrscheinlichkeit für eine gerade Zahl jeweils $\frac{1}{2}$.

13

	NT	S	
Französisch	55	20	75
Latein	15	30	45
	70	50	120

a)



b) i) $P(NT) = \frac{70}{120} = \frac{7}{12}$ ii) $P(L) = \frac{45}{120} = \frac{3}{8}$ iii) $P(L \cap NT) = \frac{15}{120} = \frac{1}{8}$

iv) $P_{NT}(L) = \frac{15}{70} = \frac{3}{14}$ v) $P_L(NT) = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$

i Bemerkung: Alle gesuchten Wahrscheinlichkeiten können der Vierfeldertafel entnommen werden.

S. 103

14 Damit ein Laplace-Experiment vorliegt, werden die Würfel unterschieden.

$$\Omega = \{(1|1), (1|2), \ldots, (1|6),$$
$$(2|1), (2|2), \ldots, (2|6),$$
$$\vdots$$
$$(6|1), (6|2), \ldots, (6|6)\}$$

S: „Augensumme zeigt 7“

a) EV: „erster Wurf zeigt eine 4“
$|EV| = 1 \cdot 6 = 6$
$EV \cap S = \{(4|3)\} \Rightarrow |EV \cap S| = 1$
$\Rightarrow P_{EV}(S) = \frac{1}{6}$

i Bemerkung: Die Betrachtung einer bedingten Wahrscheinlichkeit ist nicht notwendig, da beide Würfe unabhängig sind und somit nur die Wahrscheinlichkeit für die Augenzahl drei beim einfachen Würfelwurf zu bestimmen ist.

b) UG: „ein Wurf zeigt eine gerade Zahl und der andere eine ungerade“

$$|UG| = \underset{\substack{\text{1. Wurf} \\ \text{gerade}}}{3} \cdot \underset{\substack{\text{2. Wurf} \\ \text{ungerade}}}{3} + \underset{\substack{\text{1. Wurf} \\ \text{ungerade}}}{3} \cdot \underset{\substack{\text{2. Wurf} \\ \text{gerade}}}{3} = 18$$

$UG \cap S = \{(2|5), (4|3), (6|1), (1|6), (3|4), (5|2)\} \Rightarrow |UG \cap S| = 6$
$\Rightarrow P_{UG}(S) = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

© Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2009 | www.klett.de
Alle Rechte vorbehalten.
Lambacher Schweizer, Ausgabe Bayern,
Lösungen und Materialien – Klasse 10
ISBN 978-3-12-731961-3

c) BU: „beide Würfe zeigen eine ungerade Zahl“
$|BU| = 3 \cdot 3 = 9$
$BU \cap S = \{\ \} \quad \Rightarrow \quad |BU \cap S| = 0$
$\Rightarrow \quad P_{BU}(S) = \frac{0}{9} = 0$

d) ZD: „zweiter Wurf zeigt eine Augenzahl kleiner als 3“

$$|ZD| = \underbrace{2}_{\text{2.Wurf kleiner als 3}} \cdot \underbrace{6}_{\text{1.Wurf}} = 12$$

$ZD \cap S = \{(5|2), (6|1)\} \quad \Rightarrow \quad |ZD \cap S| = 2$
$\Rightarrow \quad P_{ZD}(S) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

15 a) $P_K(POS)$: Bedingte Wahrscheinlichkeit, dass das Ergebnis positiv ist, wenn die Krankheit vorhanden ist. (groß)
b) $P_{\overline{K}}(POS)$: Bedingte Wahrscheinlichkeit, dass das Ergebnis positiv ist, wenn die Krankheit nicht vorhanden ist. (klein)
c) $P_{POS}(K)$: Bedingte Wahrscheinlichkeit, dass die Person krank ist, wenn das Ergebnis positiv ist. (groß)
d) $P_{POS}(\overline{K})$: Bedingte Wahrscheinlichkeit, dass die Person nicht krank ist, wenn das Ergebnis positiv ist. (klein)
e) $P_{\overline{POS}}(\overline{K})$: Bedingte Wahrscheinlichkeit, dass die Person nicht krank ist, wenn das Ergebnis negativ ist. (groß)
f) $P_{\overline{POS}}(K)$: Bedingte Wahrscheinlichkeit, dass die Person krank ist, wenn das Ergebnis negativ ist. (klein)

16 S: „Unterrichtsstörung“; B: „erhöhter Blutdruck“

	S	$\overline{S}$	
B	0,20	0,075	0,275
$\overline{B}$	0,05	0,675	0,725
	0,25	0,75	1

$P(B \cap S) = 0{,}8 \cdot 0{,}25 = 0{,}2$
$P(B \cap \overline{S}) = 0{,}1 \cdot 0{,}75 = 0{,}075$

a) $P(S \cap B) = 0{,}20$ b) $P(B) = 0{,}725$ c) $P_B(S) = \frac{0{,}20}{0{,}275} = \frac{8}{11} \approx 72{,}7\,\%$

17 a) D: „eine zufällig ausgewählte Person ist gedopt“
POS: „eine zufällig ausgewählte Person hat ein positives Testergebnis“

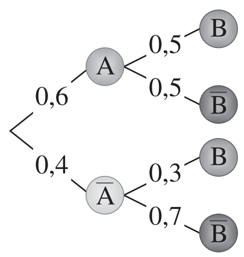
	POS	$\overline{POS}$	
D	50	0	50
$\overline{D}$	50	2450	2500
	100	2450	2550

Bemerkung: Da $|D \cap POS| = 50 \cdot 0{,}999 = 49{,}95 \approx 50$, fällt praktisch bei jedem Dopingsünder der Test positiv aus. Daher kann für $|D \cap POS|$ mit 50 gerechnet werden.

b) $D_{POS}(D) = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 50\,\%$

c) Da in 50 % der positiven Ergebnisse ein unschuldiger Athlet des Dopings bezichtigt wird, können die Athleten mit dem Test nicht einverstanden sein.

18



$P(A \cap B) = 0{,}6 \cdot 0{,}5 = 0{,}3$
$P(\overline{B}) = 0{,}6 \cdot 0{,}5 + 0{,}4 \cdot 0{,}7 = 0{,}58$

$\Rightarrow \quad P_{\overline{B}}(A) = \frac{0{,}3}{0{,}58} = \frac{15}{29} \approx 51{,}7\,\%$

Alternativ:

	B	$\overline{B}$	
A	0,3	0,3	0,6
$\overline{A}$	0,12	0,28	0,4
	0,42	0,58	1

© Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2009 | www.klett.de
Alle Rechte vorbehalten.

Lambacher Schweizer, Ausgabe Bayern,
Lösungen und Materialien – Klasse 10
ISBN 978-3-12-731961-3

19 Radius großer Kreis: $r_g = 5{,}8\,\text{cm}$
Radius kleiner Kreis (Innenkreis): $r_k = 2{,}3\,\text{cm}$
Flächeninhalt zwischen den beiden Kreisen: $A = r_g^2 \cdot \pi - r_k^2 \cdot \pi \approx 89{,}06\,\text{cm}^2$
Abspieldauer pro cm^2: $72\,\text{min} : 89{,}06 \approx 48{,}5\,\text{s}$

Thema: HIV-Tests

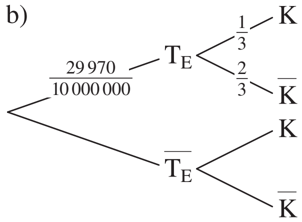
S. 105

1 a)

	K	$\overline{K}$	
T_E	9990	19 980	29 970
$\overline{T_E}$	10	9 970 020	9 970 030
	10 000	9 990 000	10 000 000

$P_{T_E}(K) = \frac{9990}{29\,970} = \frac{1}{3}$

b)



c) Nur bei 1 von 3 positiv getesteten Männern liegt die Infektion tatsächlich vor. D. h. 2 von 3 positiv getesteten Männern würden sich bei Bekanntgabe des positiven Ergebnisses unnötigerweise sehr große Sorgen machen. Aus diesem Grund wird zunächst ein weiterer Test durchgeführt.

2 a)

	K	$\overline{K}$	
T_W	9980	2	9982
$\overline{T_W}$	10	19 978	19 988
	9990	**19 980**	**29 970**

i Bemerkung: $|K|$ und $|\overline{K}|$ sind die Anzahlen der Erkrankten bzw. nicht Erkrankten unter den im ELISA-Test als positiv getesteten Männern (s. Teilaufgabe 1 a)).

b) Dies ist bei zwei Männern der Fall.

c) $P_{T_{W,2}}(K) = \frac{9980}{9982} \approx 0{,}9998 = 99{,}98\,\%$

d) $P_{T_{W,2}}(\overline{K}) = \frac{2}{9982} \approx 0{,}0002 = 0{,}02\,\%$

3 a)

	K	$\overline{K}$	
T_W	9990	999	10 989
$\overline{T_W}$	10	9 989 001	9 989 011
	10 000	**9 990 000**	**10 000 000**

$P_{T_W}(K) = \frac{9990}{10\,989} = \frac{10}{11} \approx 90{,}91\,\%$

b) Es wurde auf ganze Zahlen gerundet.

	K	$\overline{K}$	
T_E	9980	40	10 020
$\overline{T_E}$	10	19 940	19 950
	9990	**19 980**	**29 970**

$P_{T_{E,2}}(K) = \frac{9980}{10\,020} \approx 99{,}6\,\%$

$P_{T_{E,2}}(\overline{K}) = \frac{40}{10\,020} \approx 0{,}4\,\%$

i Bemerkung: $|K|$ und $|\overline{K}|$ sind die Anzahlen der Erkrankten bzw. nicht Erkrankten unter den im ELISA-Test als positiv getesteten Männern (s. Teilaufgabe 1 a)).

© Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2009 | www.klett.de
Alle Rechte vorbehalten.

Lambacher Schweizer, Ausgabe Bayern,
Lösungen und Materialien – Klasse 10
ISBN 978-3-12-731961-3

4 a) Material: Atlas
In Botswana beträgt die Infektionsrate 30 % +.

	K	$\overline{K}$	
T_E	2997	14	3011
$\overline{T_E}$	3	6986	6989
	3000	7000	10 000

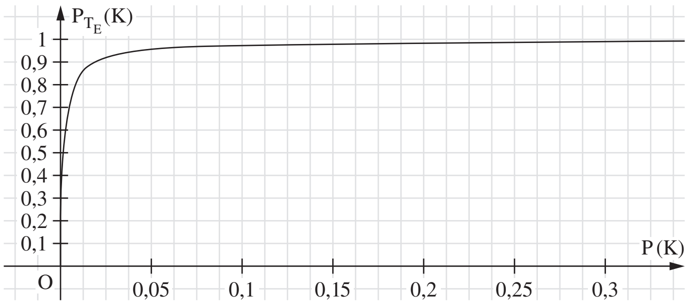
$P_{T_E}(K) = \frac{2997}{3011} \approx 99{,}5\,\%$

Bemerkung: Die Anzahl der getesteten Personen kann beliebig gewählt werden.

b) $P_{T_E}(K) = \frac{P(K \cap T_E)}{P(T_E)} = \frac{0{,}999 \cdot P(K)}{0{,}999 \cdot P(K) + 0{,}002 \cdot (1 - P(K))}$

Sei $P(K) = x$ und $P_{T_E}(K) = f(x)$, so gilt:

$f(x) = \frac{0{,}999 \cdot x}{0{,}999 \cdot x + 0{,}002 \cdot (1 - x)}$



© Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2009 | www.klett.de
Alle Rechte vorbehalten.
Lambacher Schweizer, Ausgabe Bayern,
Lösungen und Materialien – Klasse 10
ISBN 978-3-12-731961-3